

# Partículas elementales: temas adicionales

JFGH

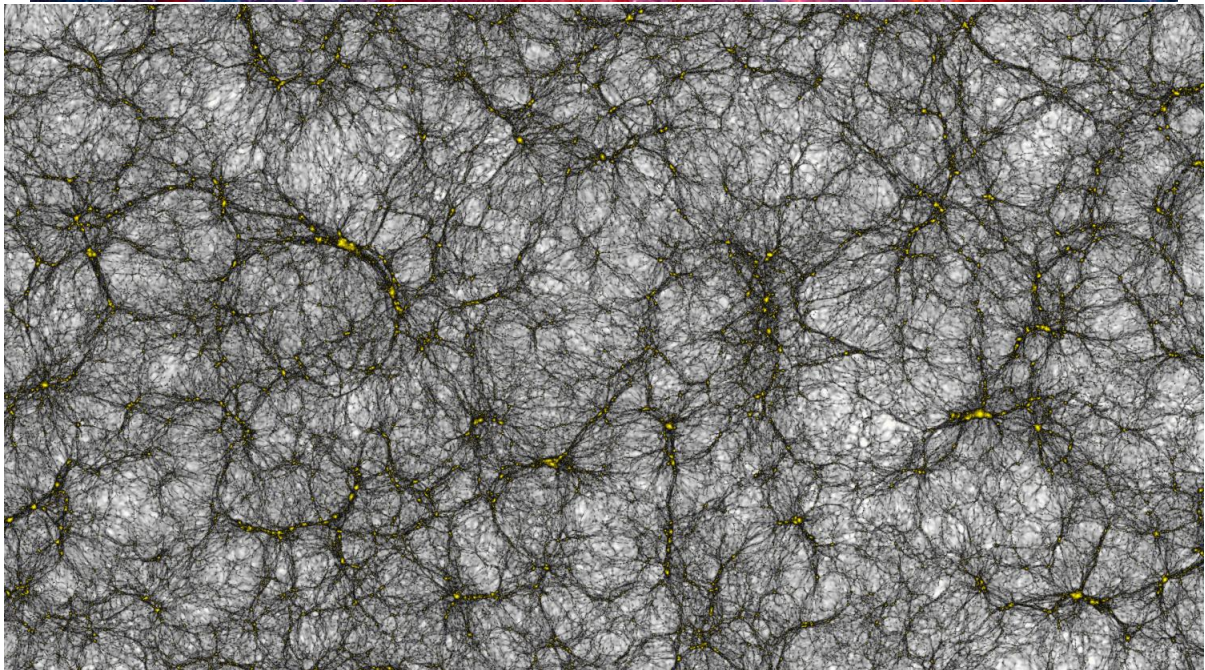
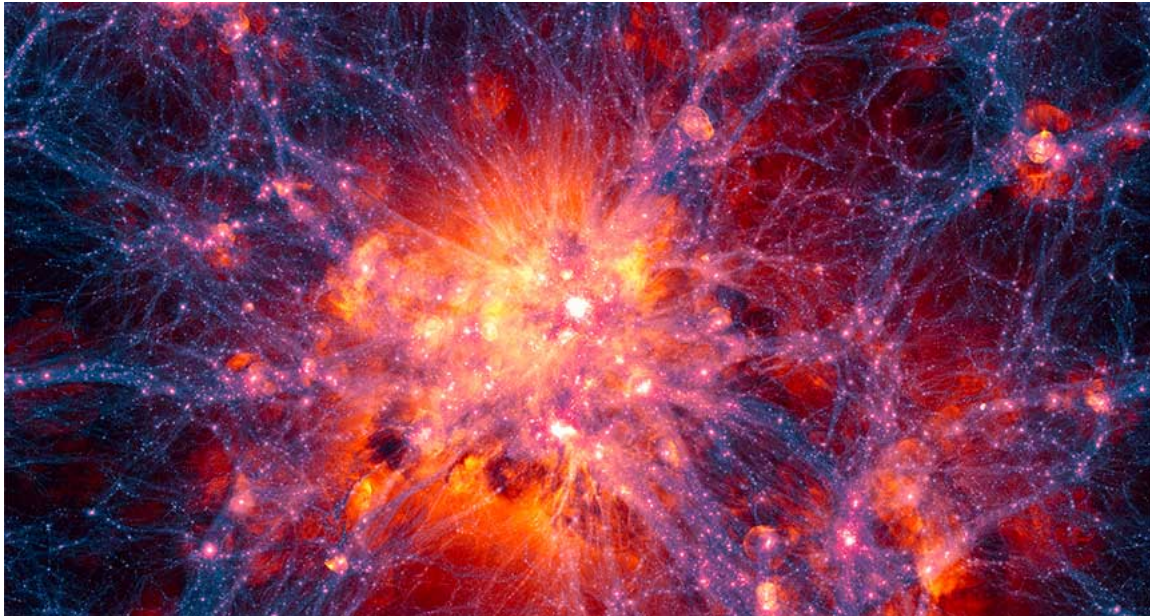
Space-time Foundation & Quantum TimeLord Virtual Academy

sursolid@gmail.com

**Multiverse of Madness**

## Resumen

Resumen con  $\LaTeX$  de recursos de ampliaciones de Física de Partículas y Cosmología.

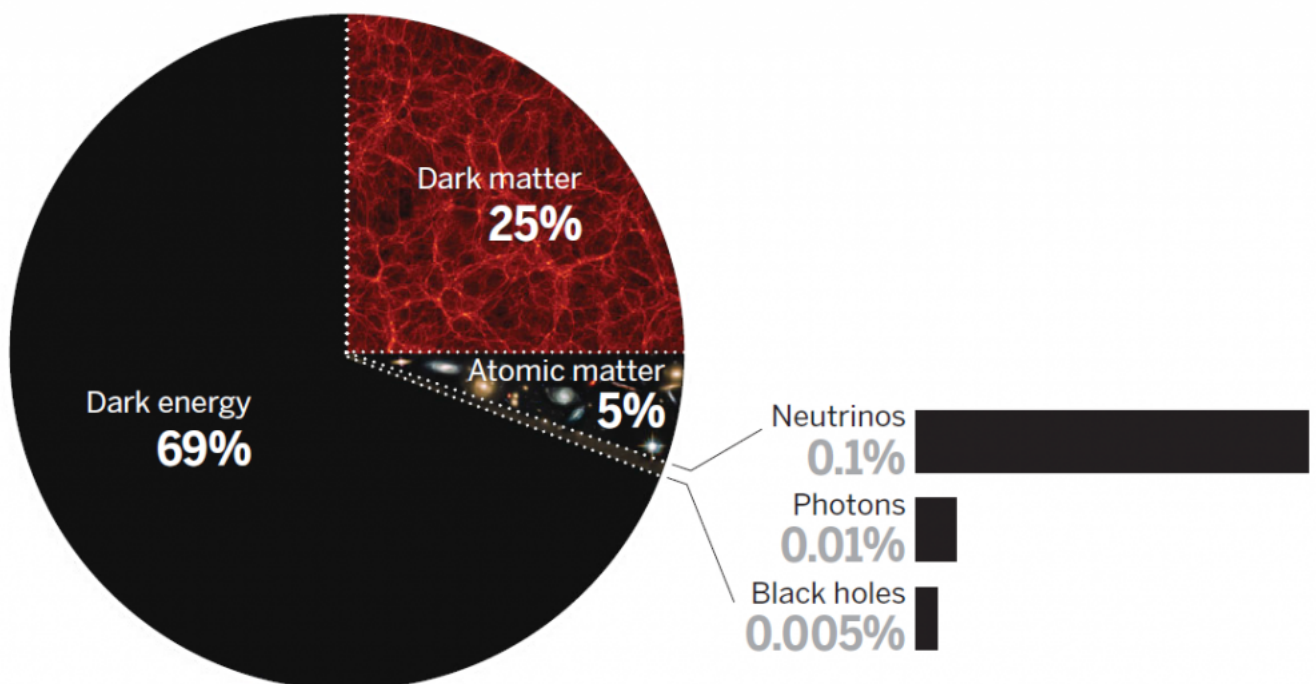


# Índice

<b>1. Apuntes de Weinberg</b>	<b>4</b>
1.1. La segunda ley de Newton	4
1.2. Desviación eléctrica y magnética en los rayos catódicos	4
1.3. Campos eléctricos y magnéticos. Líneas de fuerza	5
1.4. Trabajo y energía cinética	6
1.5. Conservación de la energía en los rayos catódicos	6
1.6. Propiedades de los gases y la constante de Boltzmann	7
1.7. Experimento de Millikan	9
1.8. Ley de desintegración radioactiva	10
1.9. Energía potencial del átomo	12
1.10. Rutherford y su experimento de dispersión	12
1.11. Conservación del momento y choques de partículas	13
<b>2. Apuntes de cursos</b>	<b>14</b>
2.1. ¿Por qué es el bosón de Higgs especial?	15
2.1.1. Qué es una partícula?	16
2.1.2. Relatividad, espacio-tiempo, gravitación	18
2.2. Partículas elementales	21
2.2.1. Aplicaciones de la Física de partículas	27
2.3. Cosmología	28
2.3.1. Nociones de secciones eficaces y aceleradores	30
<b>3. Supersimetría, otras dimensiones y otras ideas BSM</b>	<b>31</b>
3.1. SUSY	31
3.2. Dimensiones extra	33
3.3. Otras ideas	33
3.4. Otras aplicaciones de la radioactividad y su energía	33

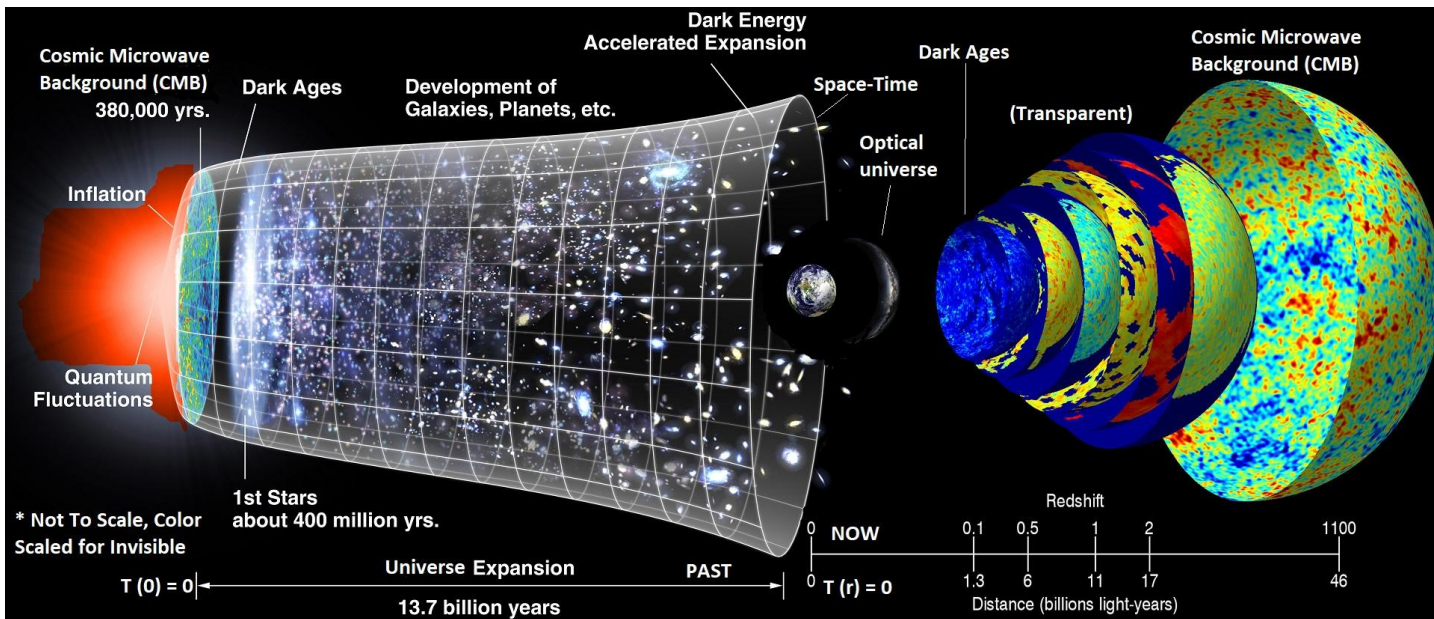
## The multiple components that compose our universe

Current composition (as the fractions evolve with time)



# Standard Model of Elementary Particles

	three generations of matter (elementary fermions)			three generations of antimatter (elementary antifermions)			interactions / force carriers (elementary bosons)	
	I	II	III	I	II	III		
mass	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	0
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b><math>\bar{u}</math></b> antiup	<b><math>\bar{c}</math></b> anticharm	<b><math>\bar{t}</math></b> antitop	<b>g</b> gluon	<b>H</b> higgs
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b><math>\bar{d}</math></b> antidown	<b><math>\bar{s}</math></b> antistrange	<b><math>\bar{b}</math></b> antibottom	<b><math>\gamma</math></b> photon	<b>GAUGE BOSONS</b> VECTOR BOSONS
	<b>e</b> electron	<b><math>\mu</math></b> muon	<b><math>\tau</math></b> tau	<b><math>e^+</math></b> positron	<b><math>\bar{\mu}</math></b> antimuon	<b><math>\bar{\tau}</math></b> antitau	<b>Z</b> Z <sup>0</sup> boson	
	<b><math>\nu_e</math></b> electron neutrino	<b><math>\nu_\mu</math></b> muon neutrino	<b><math>\nu_\tau</math></b> tau neutrino	<b><math>\bar{\nu}_e</math></b> electron antineutrino	<b><math>\bar{\nu}_\mu</math></b> muon antineutrino	<b><math>\bar{\nu}_\tau</math></b> tau antineutrino	<b>W<sup>+</sup></b> W <sup>+</sup> boson	<b>W<sup>-</sup></b> W <sup>-</sup> boson



# 1. Apuntes de Weinberg

## 1.1. La segunda ley de Newton

La Mecánica Clásica, o incluso parte de la Mecánica Cuántica en aproximación adecuada, puede escribirse como una segunda ley de Newton general

$$F = kma \quad (1)$$

Para  $k = 1$ , obtenemos la 2ª ley de Newton usual. A partir de esta ley, se obtienen resultados interesantes para algunos experimentos clásicos:

- En el experimento de Thomson,  $F \sim 10^{-16}N$ , y la masa del electrón es  $m \approx 9,1 \cdot 10^{-31}kg$ . Esto implica que la aceleración típica de los electrones en este experimento es de  $a = 1,1 \cdot 10^{14}m/s^2$ .
- Peso es un nombre para la fuerza con la que un cuerpo atrae a otro en su superficie.  $P = mg$ . Para un electrón, en la Tierra, el peso es (superficie  $g = 9,8m/s^2$ ):  $P_e \approx 10^{-29}N$ . Por tanto, la fuerza gravitacional de la Tierra sobre un electrón es despreciable frente a otras fuerzas como la eléctrica o magnética.

## 1.2. Desviación eléctrica y magnética en los rayos catódicos

La fuerza transversal al rayo  $F_{\perp}$  es:

$$F_{\perp} = ma \rightarrow a = \frac{F_{\perp}}{m} \quad (2)$$

Durante un tiempo  $t$  hay un MRUA, de forma que

$$v_{\perp} = at = \frac{F_{\perp}t}{m} \quad (3)$$

Pero  $v = l/t$  implica que  $t = l/v$ , de donde

$$v_{\perp} = \frac{Fl}{mv} = \frac{Fl}{p} \quad (4)$$

Tras pasar zona de desviación, el electrón entra en zona de deriva de longitud  $L$ . Si llevaba velocidad  $v$ :

$$T = \frac{L}{v} \quad (5)$$

y  $d = Tv_{\perp}$ . O bien,

$$d = \frac{L}{v} \frac{Fl}{mv} \quad (6)$$

de donde

$$d = \frac{FLL}{mv^2} = \frac{FLL}{2E_c} \quad (7)$$

Para fuerzas eléctricas, sobre los rayos catódicos actúa un campo

$$F = qE \quad (8)$$

con  $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Entonces, la distancia eléctrica resultará ser

$$d_e = \frac{eELL}{mv^2} \quad (9)$$

La fuerza magnética sobre el electron es

$$F_m = qvB = evB \quad (10)$$

Y usando las ecuaciones anteriores, la distancia magnética será

$$d_m = \frac{eBL}{mv} \quad (11)$$

Si medimos  $d_e$  y  $d_m$ , para valores varios de  $E, B, L, l$ , podremos medir el cociente de la masa y carga del electrón:

$$\frac{d_m}{d_e} = \frac{\frac{eBL}{mv}}{\frac{eEL}{mv^2}} = \frac{Bv}{E} \quad (12)$$

ya que

$$v = \frac{E d_m}{B d_e} \quad (13)$$

Si introducimos esta expresión en la de  $d_m$ , tenemos que

$$d_m = \frac{eBL}{mEd_m/Bd_e} = \frac{eB^2lLd_e}{mEd_m} \quad (14)$$

De aquí se extrae el cociente carga/masa o masa/carga de electrón

$$\left(\frac{m}{e}\right) = \frac{B^2lLd_e}{Ed_m^2} \quad (15)$$

y donde  $d_e, d_m$  son los desplazamientos eléctrico y magnético del rayo catódico. En síntesis: la medición del desplazamiento de los rayos catódicos, y los cocientes de los desplazamientos de los mismos, mide la razón carga/masa del electrón. Con datos originales del experimento de J.J. Thomson, se tiene que

$$E = 1 \cdot 10^4 N/C \quad (16)$$

$$B = 3,6 \cdot 10^{-4} N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1} \quad (17)$$

y  $d_e = d_m = 0,07m$ . Las longitudes de desviación eran  $l = 0,05m$  y  $L = 1,1m$ . Con estos datos, se infiere que  $v_e = 2,8 \cdot 10^7 m/s$  y  $m/e = 1,0 \cdot 10^{-11} kg/C$ . La componente perpendicular de la velocidad a la dirección del rayo es

$$v_{\perp} = \frac{eBl}{m} = \frac{Bl}{m/l} \rightarrow v_{\perp} = 1,8 \cdot 10^6 m/s \sim c/15. \quad (18)$$

### 1.3. Campos eléctricos y magnéticos. Líneas de fuerza

La ley de Coulomb en 3d señala que

$$F = K_C \frac{Q_1 Q_2}{r_1^2 r_2^2} \quad (19)$$

donde  $K_C = 8,99 \cdot 10^{11} Nm^2/C^2$ . El campo eléctrico es

$$E = \frac{F}{q} = K_C \frac{Q}{r^2} \quad (20)$$

para cargas puntuales. El número de líneas del campo eléctrico se calcula mediante el concepto de flujo. El flujo del campo eléctrico está dado por la ley de Gauss

$$\phi_E = \oint_{\Sigma} E dS = \frac{K_C Q}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi K_C Q \quad (21)$$

Este campo es similar al de carga puntuales en el centro de una distribución esférica de carga. Para placas plano paralelas,

$$E = E_{\perp} = 4\pi K_C \sigma = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (22)$$

## 1.4. Trabajo y energía cinética

Generalmente, en 1d, se tiene que

$$W = FL \quad (23)$$

para una fuerza paralela al desplazamiento. Con una velocidad media

$$v_m = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (24)$$

y

$$L = v_m t = \frac{V_1 + V_2}{2} t \quad (25)$$

usando la segunda ley de Newton,  $a = F/m$ , se tiene que

$$\frac{F}{m} = \frac{V_2 - V_1}{t} \quad (26)$$

y

$$t = \frac{m(V_2 - V_1)}{F} \quad (27)$$

de donde

$$W = F \frac{V_1 + V_2}{2} t = \frac{F}{2} (V_1 + V_2) m \frac{V_2 - V_1}{F} \quad (28)$$

y de aquí

$$W = \frac{1}{2} (V_1 + V_2) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) = \Delta E_c \quad (29)$$

donde  $E_c = mv^2/2$  es la energía cinética. El peso  $P = mg$  provoca una energía potencial (fuerza conservativa)

$$W_p = mg(H_1 - H_2) = mg\Delta H = -\Delta E_p \quad (30)$$

don  $E_p = mgH$ . De aquí,  $\Delta E_c = -\Delta E_p$ , o bien,

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_m = \text{constant} \quad (31)$$

que es el teorema de la energía mecánica. O bien,

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \rightarrow E_m(1) = E_m(2) \quad (32)$$

Si  $v_1 = 0$ , se tiene

$$v_2 = \sqrt{2g(H_1 - H_2)} \quad (33)$$

Para el campo eléctrico  $E_p(el) = qEh$ , y el potencial  $E_p(el)/q = Eh$ , con lo que  $V = Es$ , donde  $s$  es la separación entre placas.

## 1.5. Conservación de la energía en los rayos catódicos

El principio de conservación de la energía permitió a Thomson y Kaufmann calcular las propiedades de las partículas que integraban los rayos catódicos. Thomson colocó un detector o colector al final del tubo, un aparato para medir la carga eléctrica  $Q$  y el calor  $H$  depositado. Por la conservación de la energía, el calor depositado en forma de calor debía ser igual a la energía cinética total de las partículas llegadas al colector. Si hay  $N$  partículas:

$$H = \frac{1}{2}mv^2N \quad (34)$$

Como la carga eléctrica se conserva y está cuantizada, se tiene que

$$Q = eN \quad (35)$$

Dividiendo estas expresiones

$$\frac{H}{Q} = \frac{mv^2}{2e} \quad (36)$$

Thomson midió también la desviación magnética  $d_m$ . Usando la expresión para  $d_m$ , se sigue que

$$I = \frac{mv}{e} \quad (37)$$

con lo que

$$\frac{H}{IQ} = \frac{v}{2} \quad (38)$$

o bien

$$v = \frac{2H}{QI} \quad (39)$$

Sustituyendo,

$$\frac{m}{e} = \frac{I^2}{2H/Q} \quad (40)$$

J.J. Thomson obtuvo que  $H/Q \approx 2,8 \cdot 10^3 J/C$ , y  $I = 1,75 \cdot 10^{-4} kg \cdot m \cdot s^{-1} \cdot C^{-1}$ . La velocidad es  $v = 3,2 \cdot 10^7 m/s = 2 \cdot 2,8 \cdot 10^3 / 1,75 \cdot 10^{-4}$ . Por tanto,

$$\frac{m}{e} = \frac{(1,75 \cdot 10^{-4})^2}{2(2,8 \cdot 10^3)} = 5,5 \cdot 10^{-12} kg/C \quad (41)$$

En vez de un colector al final del tubo de rayos catódicos, Kaufmann midió el incremento de potencial  $\Delta V$  entre cátodo y ánodo. Usando

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \quad (42)$$

Kaufmann calculó también que

$$\frac{H}{Q} = \frac{mv^2}{2e} = \frac{eV}{e} = \Delta V = V \quad (43)$$

## 1.6. Propiedades de los gases y la constante de Boltzmann

Una partícula golpea una pared rígida que ejerce una fuerza  $F$  en un tiempo  $t$  sobre ésta. El cambio de velocidad será

$$\Delta v = \frac{Ft}{m} \quad (44)$$

Si la partícula no cede energía a la pared, su velocidad sólo difiere de la inicial en sentido

$$2v = \frac{Ft}{m} \rightarrow F = \frac{2mv}{t} \quad (45)$$

Si golpean  $N$  partículas, un área  $A$ , en un intervalo de tiempo  $T$ , la presión será

$$P = \frac{2mv}{t} N \frac{t}{TA} \quad (46)$$

ya que cada partícula está un intervalo  $t/T$  en contacto con la pared. Entonces, se tiene que la presión

$$P = 2mv \frac{N}{AT} \quad (47)$$

¿En qué proporción golpean a la pared? Si  $T$  es el tiempo de colisión,  $vT$  es la distancia de colisión,  $A$  es el área de la pared, y  $n = N/V$  es el número de partículas por unidad de volumen, se tiene que

$$N = \frac{1}{2}nAvT \quad (48)$$

El factor  $1/2$  se debe a que, por hipótesis, la mitad de las partículas van hacia la pared, y la otra mitad se alejan. Además,

$$\frac{N}{AT} = \frac{nv}{2} \quad (49)$$

con lo que insertando esto en la fórmula de la presión

$$P = 2mv \frac{1}{2}nv \rightarrow P = nmv^2 = n2E_c \quad (50)$$

Hay que promediar estadísticamente esta última expresión en cada dirección del espacio, por ende

$$P = \frac{n2E_c}{3} = nm\langle v^2 \rangle \quad (51)$$

Usando el teorema o principio de equipartición de la energía (Mecánica Estadística Clásica), válido para cada grado de libertad en equilibrio térmico,

$$\bar{E}_c = \frac{1}{2}k_B T \quad (52)$$

$$\frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{3k_B T}{2} \quad (53)$$

Así, con  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} J/K$ , a cero grados kelvin las partículas no se moverán, y  $m\langle v^2 \rangle = k_B T$  en 1d. Por tanto, para un gas ideal obtenemos que

$$P = nK_B T \quad (54)$$

o bien, como  $nV = PV/k_B T$ , si  $\rho = m/V$ ,  $\rho = nm$ , y si  $m = MM/N_A$ , será

$$P = \frac{\rho RT}{MM} \quad (55)$$

Con  $R = k_B/MM = k_B N_A$ ,  $R \approx 8,31 J/Kmol$ . Así, conocida  $R$ , se puede hallar  $k_B$ . De la escala  $MM (N_A)$  se seaca la otra. En 1901, M. Planck calculaba  $k_B \sim 1,3 \cdot 10^{-23} J/K$ , con ayuda de la termodinámica de la radiación:

$$m_1 = \frac{k_B}{R} = \frac{1,34 \cdot 10^{-23}}{8,27 \cdot 10^3} = 1,6 \cdot 10^{-27} kg \quad (56)$$

$$N_A = \frac{1}{m_1} = 6,17 \cdot 10^{26} kg^{-1} \quad (57)$$

Usando la relación de Faraday y su constante

$$F = \frac{e}{m_1} = eN_A = 9,63 \cdot 10^7 C/kg \quad (58)$$

Planck determinó que

$$e = m_1 F = 1,56 \cdot 10^{-19} C \quad (59)$$

Millikan estimaba con  $9,65 \cdot 10^7 C/kg$ , que

$$N_A = \frac{9,65 \cdot 10^7}{1,592 \cdot 10^{-19}} = 6,062 \cdot 10^{26} kg \quad (60)$$

o también

$$m_1 = \frac{1}{N_A} = 1,65 \cdot 10^{-27} kg \quad (61)$$

Si  $R = 8,32 \cdot 10^3 J/kgK$ ,  $k_B = R/N_A = 8,32 \cdot 10^3 / 6,062 \cdot 10^{26} = 1,372 \cdot 10^{-23} J/K$ . Por el teorema de equipartición,

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = \frac{3k_B T}{2m} = \frac{3RT}{2\mu} \quad (62)$$

o bien  $\varepsilon = 3RT/2MM$ . La verdad es que solamente para ciertos gases monoatómicos se cumplían estas relaciones (e.g., helio). Para gases diatómicos ( $O_2, N_2, \dots$ ) hay otros dos grados de libertad adicionales por orientación de la molécula. Luego  $\varepsilon = 5RT/2MM$ . Para el oxígeno,  $MM = 32 = \mu$ , y a  $T = 300K$ , se tiene que  $\varepsilon = 1,9 \cdot 10^5 J$ .



## 1.7. Experimento de Millikan

El experimento de la gota de aceite de Millikan fue clave en la determinación de la carga y la masa real del electrón. Thomson ya sabía el cociente, faltaba determinar la masa o la carga para determinar la otra cantidad. Millikan aplicaría la segunda ley de Newton y la ley de Stokes de un fluido viscoso para medir el movimiento de las gotas de aceite y calcular la carga que portaban. Una gota cae por la gravedad con  $P = F_g = mg$ . La viscosidad del aire, que frena la caída, es  $F_v = -6\pi\eta va$ , donde  $\eta$  es la viscosidad del aire  $\eta = 1,825 \cdot 10^{-5} N \cdot s/m^2$ .  $R = a$  es el radio de la gotita de aceite y  $v$  es la velocidad de la caída. La velocidad terminal de las gotas se produce igualando fuerza de gravedad y viscosa:

$$F_g = F_v \quad (63)$$

$$mg = 6\pi\eta av \quad (64)$$

$$v = \frac{mb}{6\pi\eta a} \quad (65)$$

Ahora, como  $m = \frac{4\pi a^3 \rho}{3}$ , se deduce que

$$R = a = \sqrt{\frac{9\eta v}{2g\rho}} \quad (66)$$

y

$$m = \frac{4\pi\rho}{3} \left(\frac{9\eta v}{2g\rho}\right)^{3/2} \quad (67)$$

Así, la velocidad terminal está relacionada con la masa y radio de la gotita, de densidad conocida. Como  $F_e = qE$ , se aplica que

$$0 = F_g + F_v + F_e \quad (68)$$

de donde

$$0 = mg - 6\pi\eta av + qE \quad (69)$$

Esto es,

$$q = \frac{6\pi\eta av - mg}{E} \quad (70)$$

Esta fórmula nos daría la carga de la gotita que queremos determinar. Hay que calcular primero la gota en caída, y luego con el campo  $E$ . En primer lugar, usando el principio de Arquímedes,

$$F_g = mg - \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_{air} g \quad (71)$$

donde  $F_g = P_{real} - E$ ,  $E = \rho Vg$ . Si  $\rho_{ef} = \rho - \rho_{air}$ , entonces  $\rho_{ef} = 0,9187 \cdot 10^3 kg/m^3$ . Estos eran los datos iniciales de Millikan, ya que  $P = 1,3 kg/m^3$  para el aire, y  $\rho(aceite) = 0,9199 \cdot 10^3 kg/m^3$ . En segundo lugar, se usa la ley de Stokes, corregida, porque no es exacta para gotas pequeñas:

$$\eta_e = \eta \left( \frac{1}{1 + \frac{Al}{a}} \right) \quad (72)$$

y donde  $l$  es la trayectoria libre media de moléculas en el aire.  $A = 0,874$  para el experimento de Millikan según sus medidas. De aquí:

$$\eta_e = \eta \frac{1}{1 + Al \sqrt{\frac{2g\rho_e}{9\eta v}}} \quad (73)$$

con

$$a = R = \sqrt{\frac{9\eta_e v}{2g\rho_e}} \quad (74)$$

La masa efectiva de la gota es

$$m_e = \frac{4\pi}{3} \rho_e a^3 = \frac{4\pi}{3} \rho_e \left( \frac{9\eta_e v}{2g\rho_e} \right) \quad (75)$$

La carga de la gotita será con la corrección de Millikan

$$q = (-m_e g + 6\pi\eta_e a v)/E \quad (76)$$

Los datos de 1911 proporcionaban los siguientes resultados:

$$\eta_e = 1,579 \cdot 10^{-5} \text{Ns/m}^2 \quad (77)$$

$$a = 2,188 \cdot 10^{-6} \text{m} \quad (78)$$

$$m_e = 4,03 \cdot 10^{-14} \text{kg} \quad (79)$$

$$q = -2,555 \cdot 10^{-18} \text{C} \quad (80)$$

en bruto. Pero, calculando los electrones de cada gota, con las correcciones adecuadas, Millikan daba

$$q_e = -e = (-1,592 \pm 0,003) \cdot 10^{-19} \text{C} \quad (81)$$

y con unos 16 electrones por gotita. El error de Millikan principal en su cálculo, fue la baja viscosidad del aire, pues tenía bastante incertidumbre y depende de la temperatura. A  $T = 23^\circ\text{C}$ , se tiene que

$$\eta_a = 1,844 \cdot 10^{-5} \text{Ns/m}^2 \quad (82)$$

Corrigiendo la viscosidad, sale un valor más cercano al actual tomado como verdadero o exacto:

$$q_e = -e = (-1,616 \pm 0,003) \cdot 10^{-19} \text{C} \quad (83)$$

## 1.8. Ley de desintegración radioactiva

El período de semidesintegración  $T_{1/2}$  es el tiempo que una muestra de átomos, núcleos o partículas necesita para que su número se reduzca a la mitad. Si empezamos con  $N_0$  partículas, y esperamos en tiempo  $t$  que transcurran  $t/T_{1/2}$  vidas medias:

$$N = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}} N_0 \quad (84)$$

Para el radio, este período de semidesintegración es de 1600 años. Como la Tierra se formó hace 4500 millones de años, la fracción sin desintegrar es igual a

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1,5 \cdot 10^9}{1,6 \cdot 10^3}} \simeq 10^{-850000} \quad (85)$$

La presencia de radio se deberá por tanto a otros motivos (cadenas de desintegración de otros elementos de mayor vida media). Se puede usar la ley de desintegración para varios usos:

- Hallar el número de vidas medias que una muestra necesita para disminuir hasta el 1% de su intensidad inicial radioactiva:

$$\frac{t}{T_{1/2}} = \frac{\log 0,001}{-0,3010} \quad (86)$$

- Usar medidas de intensidad radiactiva (actividad) para hallar la edad de una muestra, aun sabiendo solamente las proporciones iniciales o abundancias. Ejemplo: en las estrellas se producen 2 isótopos de 1 mismo elemento, en proporción

$$\frac{N_1(0)}{N_2(0)} = r_0 \quad (87)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = r = Y = \text{ratio/yield} \quad (88)$$

Entonces:

$$N_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_1} N_1(0) \quad (89)$$

$$N_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_2} N_2(0) \quad (90)$$

Entonces,

$$r = Y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{t}{T_1} - \frac{t}{T_2}\right)} r_0 \quad (91)$$

Tomando logaritmos:

$$t = \frac{\log(r/r_0)}{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \log \frac{1}{2}} = \frac{\log r - \log r_0}{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \log \frac{1}{2}} \quad (92)$$

Para el U-235,  $T_1 = 0,714\text{Gyr}$ , y para el U-238  $T_2 = 4,501\text{Gyr}$ . Inicialmente se tendría  $r_0 = 1,65$ , y ahora se tiene que  $r_1 = 0,00723$ . Entonces  $T_U = 6,65\text{Gyr}$ . El Universo y la Tierra tienen al menos 6650 millones de años.

- Conociendo la vida media de un elemento, se calculan la proporción con la que otros átomos sufren desintegraciones. Si empezamos con  $N_0$  átomos, se desintegran  $N - N_0$  y quedan  $N$ . La probabilidad de que esto suceda es  $P = (N_0 - N)/N_0$ . Es decir, la probabilidad de desintegración es igual a

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}} \quad (93)$$

Como  $a^\varepsilon \simeq 1 + \varepsilon \log a/M$ , se deduce que la probabilidad en tiempo pequeño es igual a

$$P = \frac{\ln 2t}{t_{1/2}} \quad (94)$$

Para el radio, con período de 1600 años, la vida media es

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \quad (95)$$

Si un átomo o partícula se desintegra, y se reemplaza por otro, esperando un tiempo mucho mayor que su período de semidesintegración, el producto del número de desintegraciones por el promedio de vida o vida media es tal que

$$N = \frac{T}{\tau} \quad (96)$$

de donde  $T = \tau N$ . Así, existe una probabilidad UNIFORME, al observar en un período  $T$ , de desintegración un tiempo  $t$  pequeño, igual a  $P = t/\tau$ . Y  $\tau = t_{1/2}/\ln 2$ . El promedio de vida media del radio no es 1600 años sino 2300 años. Si al medir la intensidad o actividad, habiendo medido la vida media, una muestra de radio baja a 99.568 de la inicial (observando 10 años):

$$T_{1/2} = -\frac{0,3010 \cdot 10}{\log 0,99568} = 1600\text{yrs} \quad (97)$$

- Una muestra de masa  $m$  conocida, se desintegra. Las contamos una a una con un contador en pantalla de sulfuro de cinc (contador Geiger). El número de desintegraciones es igual a:

$$N = 0,693 \left(\frac{t}{t_{1/2}}\right) \left(\frac{m}{\mu m_1}\right) \quad (98)$$

y donde  $\mu$  es el peso atómico. Midiendo las proporciones dadas, podemos averiguar  $N_A = 1/m_1$ .

## 1.9. Energía potencial del átomo

Si

$$F = K_C \frac{Qq}{r^2} \quad (99)$$

entonces

$$q(\Delta V) = F(r) \quad (100)$$

Y como  $W_e = F(r) = -\Delta E_p$ ,  $E_p = U = q\Delta V$ ,  $F = -\partial U/\partial r$ . La energía potencial cae a cero para distancias muy grandes.  $U(r) = A/r$ ,  $V(r) = A'/qR$ . Con lo cual,  $U = K_C Qq/r$ ,  $V(r) = K_C Q/r$ . Para una partícula alfa  $He^{2+}$ , que viene del infinito,  $E_\infty = U_0$ , con velocidad  $v$  a distancia  $r$  y  $q = Ze$ , se tiene que

$$E_\infty = \frac{2K_C Ze^2}{r} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (101)$$

Se define si la velocidad es nula, lo que ocurre cuando

$$r_m = \frac{2K_C Ze^2}{E_\infty} \quad (102)$$

Si usamos  $\Delta V = 10^8 V$ , entonces con  $E_\infty = 2 \cdot 10^8 eV$ , que da  $r_m = 1,4 \cdot 10^{-17} Z$  metros. Para el oro,  $Z = 79$ ,  $r_m = 10^{-15} m$  y nos adentramos en el núcleo. Este fue el motivo por el que Rutherford eligió el oro para su experimento de dispersión o scattering.

## 1.10. Rutherford y su experimento de dispersión

La aceleración de una partícula alfa

$$a = \frac{F}{m_\alpha} = \frac{K_C \cdot 2e \cdot Ze}{m_\alpha r^2} \quad (103)$$

Si  $\phi$  es el ángulo de dispersión o difusión

$$\frac{2K_C Ze^2}{m_\alpha} \sim \frac{D^3}{T^2} \quad (104)$$

donde  $D$  es la distancia y  $T$  es el tiempo. La velocidad es  $v = D/T$ , luego...

$$\frac{2K_C Ze^2}{m_\alpha v^2} \sim D \quad (105)$$

Usando el parámetro de impacto  $b$

$$\frac{2Ze^2 K_C}{m_\alpha v^2 b} = f(\phi) \quad (106)$$

donde

$$b(\phi) = \frac{2ZK_C e^2}{m_\alpha v^2 f(\phi)} \quad (107)$$

Rutherford usó la mecánica newtoniana para calcular la dispersión de las partículas alfa por el núcleo, descubriendo la relación

$$b(\phi) = \frac{2ZK_C e^2}{m_\alpha v^2 \tan(\phi/2)} \quad (108)$$

y así

$$b(90^\circ) = \frac{2ZK_C e^2}{m_\alpha v^2} \quad (109)$$

y  $b(\phi)$  es el radio de un pequeño disco situado ante la corriente de partículas alfa. El área efectiva de cada disco es  $\sigma = \pi b(\phi)^2$ , que es la llamada sección eficaz o área de interacción. La lámina de oro tiene una masa  $M$ , si hay  $N$  átomos,  $M = Nm$ , o también  $N = M/m$ . Pero también se tiene que  $M = \rho S l$ ,  $m = A/N_A$ ,  $A = mN_A$ . De aquí,

$$N = \rho \frac{S l N_A}{A} \quad (110)$$

La probabilidad de dispersión  $P(\phi)$  con ángulo mayor que  $\phi$ , es la fracción de área total  $S$  ocupada por  $N$  discos:

$$P(\phi) = \frac{N\sigma(\phi)}{S} \quad (111)$$

o bien

$$P(\phi) = \frac{\rho l N_A \sigma(\phi)}{A} \quad (112)$$

Para la dispersión de Rutherford se obtiene que

$$\sigma(\phi) = \frac{4\pi Z^2 K_C^2 e^4}{m_\alpha^2 v^4 \tan^2(\phi/2)} \quad (113)$$

y  $P(\phi) \propto 1/\tan^2(\phi/2)$ , o también  $P(\phi) \propto Z^2$ .

### 1.11. Conservación del momento y choques de partículas

Sabemos que  $F = ma = dp/dt$ . Por la tercera ley de Newton,  $F_{AB} = -F_{BA}$ . En un choque frontal o una desintegración a dos partículas de una sola partícula:

$$m_A v_A = -m_B v_B \quad (114)$$

El momento total  $P = m_A v_A + m_B v_B$  se conserva. En un choque elástico:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad (115)$$

Además, en los choques elásticos se conserva la energía cinética

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B \quad (116)$$

Usando estas dos últimas ecuaciones, se tiene que

$$v'_B = R(v_A - v'_A) + v_B \quad (117)$$

donde

$$R = \frac{m_A}{m_B} \quad (118)$$

La solución para las velocidades en el sistema prima, es

$$v'_A = \frac{(m_A - m_B)v_A + 2m_B v_B}{m_A + m_B} \quad (119)$$

$$v'_B = \frac{2m_A v_A + (m_B - m_A)v_B}{m_A + m_B} \quad (120)$$

Estas soluciones tienen una bonita simetría de intercambio de partícula  $A \leftrightarrow B$ . El caso especial con  $A$  en reposo produce:

$$v'_B = \left( \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} \right) v_B \quad (121)$$

$$v'_A = \left( \frac{2m_B}{m_A + m_B} \right) v_B \quad (122)$$

Estos resultados son útiles en descubrimientos de partículas. También, el coeficiente de restitución que diferencia choques elásticos de inelásticos:

$$K = \frac{|\vec{v}'_2 - \vec{v}'_1|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2} \quad (123)$$

y donde en el último paso se ha supuesto la notación vectorial asumida.  $K$  es igual a 0 para un choque perfectamente inelástico, mientras que si  $K = 1$  es un choque perfectamente elástico. Si  $0 < K < 1$ , el choque es intermedio. ¿Por qué la teoría de choques es importante en el experimento de Rutherford? Por tres motivos:

- La presión de un gas (de partículas). Si B choca con A, con  $m_A \gg m_B$ , entonces  $v'_B \rightarrow -v_A$ . Esto es una reflexión del proyectil. Si  $v'_A \rightarrow 0$ , se obtiene el mismo resultado si en vez de ser A una partícula es la pared de una cámara que tiene gas de partículas B. Las partículas del gas retroceden ante la pared.
- Dispersión de Rutherford. Geiger y Marsden(1911) observaron que las partículas alfa que chocaban con la lámina de oro y rebotaban, lo hacían de forma diferente. No todas rebotaban hacia atrás. Esto indica que solo si  $m_B - m_A$  es negativa. De esto, Rutherford dedujo que la partícula alfa chocó con otra partícula mucho más pesada o contra una a mucha velocidad. Si esta segunda opción es cierta

$$|v_A| > \frac{m_B - m_A}{2m_A} |v_B| \quad (124)$$

Pero,  $m_\alpha > 7296,3m_e$ , luego el electrón se movería a 3647.6 veces la velocidad de la partícula alfa. Esto era tan poco probable que lo más razonable era que la partícula de alfa, núcleo de helio más adelante, chocaba con algo mucho más pesado que ella (y de misma carga). Esto era el núcleo atómico.

- Retroceso en la dispersión de Rutherford. Descubrimiento del neutrón. Chadwick observó que los rayos producidos con la exposición de berilio a radiación alfa hacían retroceder a los núcleos con los que chocaba a unas velocidades (masa atómica A) que eran proporcionales a  $1/(A_0 + A)$ , con  $A_0 \approx 1$ . Una partícula proyectil B, con  $v_B = v_B(0)$  imprime retroceso  $v_r \propto 1/(m_A + m_B)$ . Chadwick dedujo que las partículas eléctricamente neutras de los rayos de berilio debían tener  $A \approx 1$ . Eso fue el descubrimiento del neutrón.

## 2. Apuntes de cursos

Aquí presento una síntesis de ideas de la Teoría de la Relatividad Especial y General, la Mecánica Cuántica y la Teoría Cuántica de Campos (Modelo Estándar incluido) y la Cosmología (modelo cosmológico estándar incluido). Ideas que trato:

1. Sugerencia de vídeo: Cosmic Voyage (o Escalas del Universo).
2. Preludio descriptivo de la SR y la GR. Introducción a la MC y la TCC. Guía de la interacción débil y fuerte. Modelo Estándar.
3. Limitaciones de las observaciones en el óptico. Reduccionismo.
4. Artefactos y utensilios de la Física de partículas.
5. Aceleradores de partículas. Microscopios electrónicos, ciclotrones, sincrotrones, sincrociclotrones.
6. Reglas del juego: relatividad y física cuántica.
7. Ecuaciones básicas:  $E = Mc^2$ ,  $\lambda = h/p$ ,  $E \sim 1/d$ ,  $L \sim 1/p$ .
8. La rueda cósmica de partículas.
9. De la Tabla Periódica a la Rueda Cósmica.
10. Gráfica de acción y velocidad/tamaño. Los 4 mundos: física no relativista no cuántica, física relativista no cuántica, física no relativista cuántica, física relativista cuántica).
11. Las 4 interacciones fundamentales.
12. La masa en QCD y el campo de Higgs. Masa del protón. Ruptura espontánea de simetría (SSB).
13. Fine tuning, las estrellas y el origen de los elementos químicos.
14. TCC: campo y vacío.

$$\phi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (a(p)^+ e^{-ipx} + a(p) e^{ipx})$$

15. Simetrías, campos e interacciones. Teoremas de Noether.

16. QFT(TCC)=SR+MC.
17. Leptones y quarks, cargas y números cuánticos.
18. Las 3 generaciones del SM.
19. Parte difícil ambiciosa: QED como electromagnetismo cuántico.
20. Amplitud cuántica compleja:

$$A(i \rightarrow f) \sim \left| \sum e^{iS} \right|^2$$

21. Simetrías gauge globales y locales:

$$\Psi \rightarrow \Psi e^{i\alpha}$$

22. Determinación de las interacciones mediante simetrías gauge.
23. A grandes distancias,  $F(r)_e \sim qq'/r^2$  y  $\alpha = \alpha(r)$ . Si  $\alpha(r) \simeq 1/137$  a 1 fm, a 7TeV  $\alpha \simeq 1/80$ . La coherencia y consistencia lógica obliga a que la constante de acoplo cambia con la distancia o energía, a consecuencia de las fluctuaciones cuánticas del vacío, o polarización. Equivalentemente, se puede ver a través del principio de Heisenberg. Así:

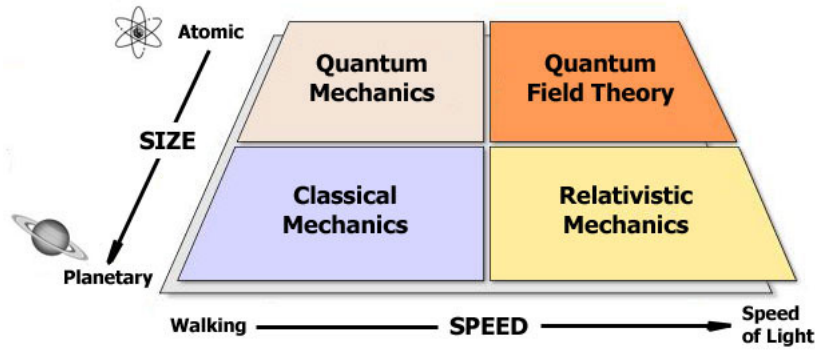
$$A \sim \left| - + - O - + - O - O - + - O - O - O - + \dots \right|^2$$

Iterando este formalismo para 3 interacciones (electromagnética, débil y fuerte) se obtiene el modelo estándar (ME). Para QCD la carga de color viene en 3 colores (RGB). Para la carga débil, hay varios sabores de quarks y leptones (6 de cada uno de los dos tipos). Con 3 colores y 3 anticolors, hay 8 gluones porque hay una combinación sin color  $R\bar{R} + B\bar{B} + G\bar{G} = \emptyset$ . Para la interacción débil hay cambio de sabor o carga débil. Todas las partículas del ME son ondas polarizables en L y R.

24. Modelo Estándar de Weinberg-Salam-Glashow: (Z, W,  $\gamma$ , g) bosones de una teoría gauge local tipo Yang-Mills y grupo gauge  $G_{SM} = U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_c$ . No incluye la gravedad. El fotón y gluón permanecen sin masa y no interactúan con el campo de Higgs. La masa del Z y W viene de la SSB del campo de Higgs.
25. SSB tiene una analogía con superconductividad y la orientación de átomos, espines o partículas de forma colectiva. Las interacciones nucleares o del Higgs son de corto alcance. El mecanismo de Higgs consta de dos piezas: mecanismo de rotura espontánea y la dinámica del campo de Higgs. La precisión del SM es variable, pero en algunos casos llega a 1 parte en  $10^{-12}$  (QED, via  $(g/2)_{th}$  vs.  $(g/2)_{exp}$ ).
26. Problemas abiertos en el SM: parámetros libres (origen), problema del sabor, mezcla de quarks y leptones (CKM vs. PMNS), materia vs. antimateria (rotura de simetría C, P y T), Universo primitivo, QCD y física de partículas (mass-gap), parte no perturbativa del SM, origen de la masa del propio bosón de Higgs y su carácter (elemental o compuesto),...
27. Breve guía de QCD. Propiedades de confinamiento y libertad asintótica, hadrones (bariones y mesones) y su clasificación, modelo de quarks y partones, interacción fuerte como fuerza muy cuántica, plasma de quark-gluones.
28. Aplicaciones de la Física de partículas.
29. Cosmología y destino del Universo. Estudiando la cuestión del origen.
30. Conviviendo con la ignorancia.

## 2.1. ¿Por qué es el bosón de Higgs especial?

La próxima generación de colisionadores en Física de Altas Energías. ¿Dónde está la escala de nueva Física? Los dominios de las 4 físicas no gravitacionales conocidas están aquí:



### 2.1.1. Qué es una partícula?

La noción de partícula o la de onda está hoy día sustanciada en el concepto de campo. Un campo es una especie de fluido que permea el espacio-tiempo con alguna propiedad (masa, carga,...) característica. Las excitaciones de los campos son lo que llamamos partículas. Los campos obedecen ecuaciones de onda, y por tanto, las partículas satisfacen como excitaciones del campo, dichas ecuaciones de onda. Los campos poseen propiedades de invariancia llamadas simetrías. Estas simetrías pueden ser simetrías de espacio-tiempo (boosts, traslaciones, rotaciones o combinaciones de estas tres), o bien simetrías internas (generalmente llamadas transformaciones gauge). La Mecánica Cuántica, y en su versión más refinada la Teoría Cuántica de Campos, indica que las partículas son en realidad representaciones unitarias irreducibles del grupo de Poincaré:

$$|p^\mu, \sigma\rangle \quad (125)$$

$$U(\Lambda)|p, \sigma\rangle = D(\sigma, \sigma')|\Lambda p, \sigma'\rangle \quad (126)$$

El grupo de Poincaré es en Mecánica Cuántica (MC) y Teoría Cuántica de Campos (TCC) el indicador de la invariancia de los estados de partícula. De esta forma, podemos entender que una partícula es un objeto invariante bajo cierto conjunto de transformaciones de simetría. La Física de Partículas o de Altas Energías es el estudio de las leyes fundamentales gobernadas por la unión de la MC y el espacio-tiempo, bajo la forma de la TCC. Ha sido una síntesis complicada desde el siglo XVII y XVIII, con el retorno de la hipótesis atómica, hasta la hipótesis cuántica de Planck en el s.XX (reforzando las ideas de Boltzmann del s.XIX), y los desarrollos posteriores de muchos científicos. El reduccionismo en física atómica o de partículas debe mucho a la idea de simetría. Queremos hoy día una síntesis aún más profunda, que abarque incluso la gravedad. Sea lo que sea la gravedad cuántica y la teoría definitiva deberá incluir la relatividad (especial y general) y la MC (bajo la forma de la TCC) como aproximaciones. El reduccionismo de las fuerzas fundamentales y la materia se observa en que las partículas conocidas interaccionan con vértices en forma de  $Y$ , sea el que sea el espín  $s = 0, 1/2, 1, 3/2, 2, \dots$ . El caso  $s = 2$  es único a la gravedad, y el caso  $s = 3/2$  es desconocido puesto que no conocemos aún una partícula fundamental con ese espín (sería el hipotético gravitino en teorías supersimétricas). Las partículas sin masa permiten una descripción biespinorial (tipo twistor) del espacio tiempo:

$$P_{\alpha\dot{\alpha}} = \begin{pmatrix} p_0 + p_3 & p_1 - ip_2 \\ p_1 + ip_2 & p_0 - p_3 \end{pmatrix} = \lambda_\alpha \tilde{\lambda}_{\dot{\alpha}} \quad (127)$$

Las nuevas revelaciones de finales del siglo XX y principios del siglo XXI hacen sospechar varias ideas:

- El destino fatal del espacio-tiempo, y el fin del reduccionismo.
- La razón del tamaño del Universo no se entiende en el marco de la relatividad general (RG, en su versión más avanzada cosmológica, el modlo LCDM), y la TCC.
- El entrelazamiento UV/IR, cortas distancias (alta energía) y grandes distancias (baja energía), hace sospechar de un nexo profundo entre simetrías internas y simetrías espacio-tiempo. El motivo es simple: si se pone suficiente energía en un espacio muy pequeño acabará por convertirse en un agujero negro.
- El paradigma denominado wilsoniano de teorías efectivas y el reduccionismo, de forma conjunta, son falsos genéricamente. Las leyes fundamentales son análogas pero no exactamente igual a las teorías de



la Física de la Materia Condensada. Son de hecho las teorías fundamentales más profundas y radicales que estas. ¿Quizás solo a la escala de Planck? No. Uno de los últimos descubrimiento, de la simetrías asintóticas, indica que incluso a baja energía y grandes distancias las nociones de simetría cambian de manera sutil.

- El problema de la jerarquía, o por qué  $M_H \ll M_P$  (masa de Higgs mucho menor que la masa de Planck), indica que el Higgs es especial y diferente al rol que ocupa en materia condensada su análogo. Y más con la pequeñez observada de la constante cosmológica, lo que hace sospechar de la existencia de alguna simetría adicional que protege al Higgs de correcciones radiativas cuánticas a su masa.
- La constante cosmológica es un misterio y enigma desde que Einstein la introdujo. Durante décadas se pensó era cero, pero hoy día se sabe que no lo es. Eso revela que estamos perdiendo algo esencial en nuestra descripción cosmológica, sin mencionar que la física de partículas predice un valor mucho mayor,  $10^{123}$  mayor de hecho, que el valor observado, de forma ingenua. La discrepancia es solamente de  $10^{55}$  si atendemos exclusivamente al potencial de autointeracción del bosón de Higgs. El vacío cosmológico es muy distinto al parecer del vacío microscópico: tenemos energía y materia oscura que no tienen partículas representativas en el Modelo Estándar (ME) de la TCC. Es necesario estudiar el campo y bosón de Higgs cuidadosamente para entender el vacío de la Naturaleza, y aspirar a entender el vacío cosmológico. ¿Por qué es especial? Porque a priori es un campo escalar fundamental, y nunca habíamos estudiado un bosón escalar “fundamental” antes.
- La conjetura de la gravedad débil, o por qué  $e < m_P$  en ciertas unidades. Tomando la ley de Newton y la de Coulomb

$$F_N = G \frac{Mm}{r^2} \quad (128)$$

$$F_C = K_C \frac{Qq}{r^2} \quad (129)$$

se observa que para un electron  $F_N/F_C \sim 10^{-42}$ , y como  $m_P = \sqrt{\hbar c/G_N}$ , con  $q_P = \sqrt{\hbar c/K_C}$ , se puede ver que una partícula planckiana satisface  $F_N/F_C \sim 1$ , pero

$$\frac{m_e}{m_P} < 10^{-22} \ll \frac{q_e}{q_P} \sim 0,1 \quad (130)$$

Nótese que  $q_e/m_e \sim 10^{21}$  en unidades relativistas ( $G_N = c = \hbar = 4\pi\epsilon = K_C = 1$ ). La conjetura de la gravedad débil señala que la partícula cargada más ligera con masa y carga  $m, q$  en cualquier teoría  $U(1)$  admite una compleción o inmersión en una teoría cuántica de la gravedad si y solamente si

$$\frac{qg}{\sqrt{\hbar}} \geq \frac{m}{m_P} \quad (131)$$

Esta condición la satisface, por ejemplo, la electrodinámica cuántica normal (QED). La conjetura de la gravedad débil (WGC, Weak Gravity Conjecture, en inglés) garantiza que los llamados agujeros negros extremos son inestables y decaen en agujeros no extremos astrofísicos. Además, la WGC implicaría la tercera ley de la termodinámica en estos sistemas, así como la formación de singularidades, al menos en principio.

- Para estrellas enanas blancas, una modificación del principio de Heisenberg (GUP, generalized uncertainty principle), permitiría que la cota máxima de masa para esta clase de estrellas, grosso modo la masa de Chandrasekhar

$$M_C \sim \frac{1}{m_e^2} \left( \frac{\hbar c}{G_N} \right)^{3/2} \approx 1,4M_\odot \quad (132)$$

fuera modificada. Similarmente pasaría con la cota de TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) para estrellas de neutrones:

$$M_{NS} < \frac{4Rc^2}{9G_N} \quad (133)$$

que implica agujeros negros para valores  $M > 4Rc^2/9G_N$ , lo que da un límite de  $3M_\odot$  más o menos sólido para la estabilidad de una estrella de neutrones.

- Paradoja de la información y el determinismo cuántico. Aunque la teoría cuántica es no determinista a nivel cinemático, no lo es a nivel dinámico puesto que un estado evoluciona temporalmente mediante un operador unitario  $U(t)$ . El principio del balance detallado para una matriz  $S$  de scattering, produce

$$\langle \Psi(\infty) | \Psi(\infty) \rangle = \langle \Psi(-\infty) | S^\dagger S | \Psi(\infty) \rangle = \langle \Psi(-\infty) | \Psi(-\infty) \rangle \quad (134)$$

$$\langle \Psi(-\infty) | \Psi(\infty) \rangle = \langle \Psi(\infty) | S^\dagger S | \Psi(-\infty) \rangle = \langle \Psi(\infty) | \Psi(\infty) \rangle \quad (135)$$

dato que  $\Psi' = U\Psi$  conserva la probabilidad y la norma cuántica. No hay una matriz  $S$  bien definida que explique, aún, la evolución de los agujeros negros. La RG predice que la radiación de Hawking es puramente térmica, lo que lleva a la conclusión de una evolución no unitaria (estados puros evolucionando a estados mezcla) incompatible con la MC actual. Hay propuestas algunas soluciones, no demostradas ninguna de ellas.

- Una manera sencilla de estimar la cantidad crítica de bariones en una estrella de neutrones es mediante el balance de energía potencial eléctrica y gravitacional:

$$U = U_e + U_g = \hbar c \frac{N^{1/3}}{R} - G_N \frac{Nm_B^2}{R} \quad (136)$$

El punto crítico o de balance se encuentra para  $U = 0$ , lo que proporciona

$$N_B = \left( \frac{\hbar c}{G_N m_B} \right)^{3/2} \sim 2 \cdot 10^{57} \quad (137)$$

Este cálculo, y uno similar para las estrellas de neutrones, puede modificarse en ciertas condiciones por las teorías de gravitación cuántica.

- Simetrías y teorema de Noether. Realmente hay dos teoremas de Noether: el primero relaciona simetrías globales con leyes de conservación, y el segundo relaciona simetrías locales con identidades diferenciales entre las ecuaciones de movimiento. En el caso del primer teorema de Noether:

$$\delta_s L = \partial_\nu \left[ \left( \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) \delta_s \phi \right] + \left[ \frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial_\nu \left( \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \phi)} \right) \right] \delta_s \phi \quad (138)$$

Bajo las ecuaciones de movimiento  $E(L) = 0$ ,  $\delta_s L = \partial_\nu K^\nu$  como cuasiinvariancia, se tiene que

$$\partial_\nu \left[ \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)} \delta_s \phi - K^\nu \right] = 0 = \varepsilon \partial_\nu j^\nu \quad (139)$$

y de aquí la corriente conservada

$$j^\nu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \phi)} \Delta_s \phi - \frac{K^\nu}{\varepsilon} \quad (140)$$

si  $\Delta_s \phi = \delta_s \phi / \varepsilon$ .

### 2.1.2. Relatividad, espacio-tiempo, gravitación

La RE (SR en inglés) es una teoría multidimensional que relaciona espacio y tiempo. En un diagrama espacio-tiempo, los sucesos se describen como líneas que cruzan regiones, siendo  $v \leq c$  la máxima inclinación cuando son partículas sin masa (fotones, gluones, gravitones,...). La geometría no es euclidiana sino hiperbólica en SR, y curva más generalmente en GR. Cuando  $G_N \neq 0$  se tiene que

$$\frac{p}{D} - \pi \sim \frac{G_N M}{D} \quad (141)$$

Por tanto, el perímetro no es pi veces el diámetro en GR. Este tipo de fenómenos no lineales también puede darse, de otra forma fundamentalmente, en TCC. Por ejemplo, en el efecto Schwinger. En Física clásica,  $x, p$  determinan la posición y momento lineal de la partícula, que satisface, e.g., las ecuaciones de Hamilton

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \dot{q} \quad (142)$$

$$\frac{\partial H}{\partial q} = -\dot{p} \quad (143)$$

o de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0 \quad (144)$$

La Física clásica o newtoniana  $F = ma = dp/dt$ ,  $p = mv$ , es una aproximación determinista a una teoría no determinista. Euler, Lagrange y Hamilton, entre otros, probaron en el siglo XIX que la Naturaleza “lo prueba todo”. Ya Aristóteles tenía una noción de propósito y actuación, pero Galileo corrigió a éste al percartarse de la existencia de movimiento sin causas aparentes, lo que refutaba la idea aristotélica de movimiento. La Física cuántica es no determinista por naturaleza, aunque hay cierta indeterminación en la formulación variacional de la mecánica racional de partículas y campos del siglo XIX. Esto rompe el sueño de Laplace de que la Física proporcione un método par predecir el futuro, también complicado por la aparición del caos determinista incluso en el modelo determinista de Newton. Lo que cambia radicalmente en la Física cuántica, sin embargo, es el carácter inherentemente estadístico o probabilístico de un suceso como la desintegración de un neutrón: no se puede predecir cuándo se va a desintegrar un neutrón (período de semidesintegración de unos 15 minutos) o más generalmente cualquier átomo, núcleo o partícula, pero puede saberse con qué probabilidad se da dicho suceso. Se puede dar forma a esta idea de probabilidad, como algo objetivo: probabilidad de que algo pase es una probabilidad de diferentes futuros alternativos. Entre medias, cualquier cosa o estado intermedio es posible en principio. Un promedio cuántico no es más que una cantidad que mide las fluctuaciones del vacío de cierto campo cuyas partículas son excitaciones del mismo. La teoría cuántica es totalitaria, según Gell-Mann, porque todo lo que no está prohibido puede ocurrir y acabará ocurriendo en dicha teoría, aunque tenga baja probabilidad. Las fuerzas tampoco existen según la teoría cuántica, sino solamente intercambio de partículas de fuerza, y que no es más que cierto proceso de sumar flechas con ciertos pesos o probabilidades. Para entender el paso de la Física Clásica a la Física Cuántica, es importante el concepto de acción. Generalmente hablando, la acción es el producto:

$$S = -\text{Energía} \cdot \text{Tiempos propio} = -Mc^2\tau \quad (145)$$

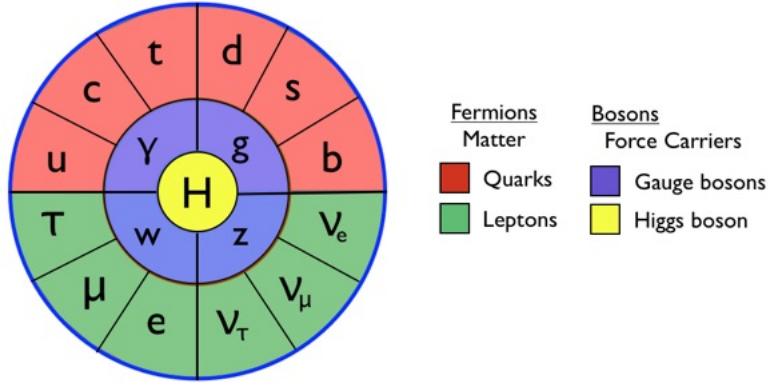
La Física Clásica obtiene las ecuaciones clásicas de movimiento cuando minimiza la acción, o maximiza el tiempo propio. La Física Cuántica añade que no solamente hay una trayectoria, sino que todas las trayectorias posibles contribuyen a la acción, de forma que:

$$A(i \rightarrow f) \sim \sum_i e^{iS_i/\hbar} \quad (146)$$

La acción es mínima para la trayectoria clásica, porque, en ese caso, los vectores acción se refuerzan y la interferencia es constructiva, mientras que para trayectorias no clásicas, hay interferencia destructiva.

**Ejercicio:** determinar el número de partículas que forman un ser humano de 70kg.

Las fluctuaciones cuánticas son importantes porque nos dejan entender el objeto fundamental de la física de partículas: el vacío. Para observar el vacío, polarizarlo, y ver partículas nuevas, hay que poner mucha energía en un espacio pequeño. Esta clase de procesos de interacción y creación de partículas se visualiza mediante los llamados diagramas de Feynman (aunque hoy día se desea lograr herramientas modernas y más sofisticadas para simplificar los cálculos, e.g., usando twistores y objetos como el amplituedro). El modelo actual de las partículas elementales señala la existencia de una rueda cósmica de partículas, o pokeball, que nada tiene que envidiar a la dualidad discreto vs. continuo que Kant, Faraday y Maxwell, o el propio Einstein trataron de comprender. Así, circa 2020, a escalas de  $10^{-19} - 10^{-21}m$  tenemos:



## Particles of the Standard Model

El bosón de Higgs y su campo determinan a qué distancian interaccionan las partículas elementales en el siguiente sentido: el campo de Higgs es transparente para gluones, fotones y gravitones y no tienen masa. En cambio, leptones, quarks y bosones débiles W y Z interactúan con el campo de Higgs y se vuelven masivos. Aclarar que hay otro origen adicional de la masa de la materia que no viene del campo de Higgs. Partículas compuestas como los hadrones obtienen masa mediante ruptura de la simetría quiral mediante un proceso de transmutación dimensional o rotura dinámica de simetría complicado. La masa del protón o neutrón provienen de la cromodinámica cuántica y la interacción fuerte o de color (RGB). Por otra parte, en SR y GR, el espacio-tiempo es elástico. La rigidez es esencialmente el inverso de la constante de gravitación universal, ó  $\mathcal{Y} \sim c^4/G_N \sim 10^{44}$ . Las deformaciones u oscilaciones periódicas del espacio-tiempo son las ondas gravitacionales. Las ondas gravitacionales se buscan en el ruido producido en láseres interferométricos (LIGO/VIRGO/...). Como en relatividad especial

$$\text{Tiempo propio}^2 = \text{Tiempo}^2 - \text{Distancia}^2 \quad (147)$$

donde el tiempo propio es el tiempo medido por observador en reposo, frente al tiempo del observador en movimiento y su distancia móvil. La gravitación newtoniana es una aproximación de la relatividad general cuando toda la curvatura y potencial (la métrica) es de tipo temporal. Las ecuaciones de campo de Einstein son

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (148)$$

La forma natural del espacio-tiempo, además, produce una expansión desde el tiempo del Big-Bang. Para ondas gravitacionales de un sistema binario en órbita circular se tiene que:

$$\Omega^2 = \frac{GM}{a^3} \quad (149)$$

$$\tau = \frac{5}{256} c^5 G_N^3 \frac{a_0^4}{\mu M^4} \quad (150)$$

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{3 \dot{a}}{2 a} \quad (151)$$

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{GW} = -\frac{64 G_N^3 \mu M^2}{5 c^5 a^3} \quad (152)$$

$$L_{GW} = \left(-\frac{dE_{GW}}{dt}\right) = \frac{G_N}{5c^5} \langle |\frac{\partial^3 Q_{ij}}{\partial t^3}|^2 \rangle \quad (153)$$

$$L_{GW} = \frac{32 G_N \mu^2 a^4 \Omega^6}{5 c^5} = \frac{32 G_N^4 M^3 \mu^2}{5 c^5 a^5} \quad (154)$$

$$M = M_1 + M_2 \quad (155)$$

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M} \quad (156)$$

$$\mathcal{M} = M_c = \mu^{3/5} M^{2/5} \quad (157)$$

$$f_{GW} \sim f^{11/3} \mathcal{M}^{5/3} \quad (158)$$

La constante cosmológica  $\Lambda$  es una suerte de presión o tensión interna del espacio-tiempo. Otra idea, no generalmente discutida en los foros y cursos de física, es sobre la existencia de gravitones. Se pueden hacer cálculos cuánticos con ellos a baja energía, menor que la energía de Planck, aunque latosos, con resultados finitos. Por ejemplo, las secciones eficaces diferenciales y totales para los procesos de conversión de gravitones en fotones o de gravitón-fotón en otro par gravitón-fotón son ( $\kappa^2 = 16\pi G_N$ ):

$$\frac{d\sigma(gg \rightarrow \gamma\gamma)}{d\cos\theta} = \frac{\kappa^4\omega^2}{64\pi} \left( \cos^8\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin^8\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (159)$$

$$\sigma(gg \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\kappa^4\omega^2}{160\pi} \quad (160)$$

Esto da  $\sigma(gg \rightarrow \gamma\gamma) \sim 10^{-110}cm^2$  para frecuencia del electrón. Para el caso gravitón-fotón solo la diferencial da

$$\frac{d\sigma(g\gamma \rightarrow g\gamma)}{d\cos\theta} = \frac{\kappa^4\omega^2}{64\pi} \frac{1 + \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (161)$$

## 2.2. Partículas elementales

La escala nanométrica determina la escala molecular y casi de las formas vivas o casi vivas más pequeñas. Los femtómetros determina la escala del núcleo atómico y de la física de partículas cuando avanzamos más allá, a distancias más pequeñas todavía. El LHC explora distancias del zeptómetro, donde hay partículas de Higgs, bosones W, Z y otras partículas exóticas. Las escalas observadas de distancia van pues desde  $10^{26}m$  (Universo), hasta  $10^{-21}m$  (bosones de Higgs o similares). Eso nos da  $10^{47}$  órdenes de magnitud ( $10^{44}$  si asumimos solamente conocidas bien las escalas del attómetro). Nótese que la escala más pequeña de longitud, la longitud de Planck, está lejos aún.  $L_p \sim 10^{-35}m$ , y eso da espacio hasta 14 órdenes de magnitud adicionales. Las limitaciones para observaciones en el óptico, se sortean usando electrones/positrones u otras partículas como microscopios (protones/antiprotones, ...)

La Física de partículas elementales ha tendido al reduccionismo por historia. Los utensilios matemáticos y experimentales de esta rama de la Física se han ido volviendo cada vez más complejos y caros. Del microscopio electrónico, al ciclotrón, acelerador lineal, sincrotrón o sincrociclotrón ha habido una evolución histórica fuerte.

Reglas del juego de la relatividad especial (SR): energía, masa y momento son intercambiables,

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (162)$$

$$E = \frac{h}{p} \quad (163)$$

$$E = Mc^2 \quad (164)$$

$$p = Mv \quad (165)$$

$$E/p = c^2/v \quad (166)$$

Reglas del juego de la mecánica cuántica (MC): longitud de onda u oscilación es equivalente a momento y energía,

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma} \quad (167)$$

$$E \propto 1/\lambda \quad (168)$$

$$L \sim 1/p \quad (169)$$

Con el SM, pasamos de tener 118 (o más) elementos (y miles de isótopos) a 16+1 partículas (y cientos de partículas o resonancias).

Las interacciones existentes (4 estándar más las interacciones del Higgs que aún no se entienden o conocen bien) tienen intensidades relativas respecto la interacción fuerte como sigue:  $10^{-41}$ (gravedad),  $0,017 \sim \alpha$ (electromagnetismo),  $10^{-4}$ (interacción débil), 1(interacción fuerte relativa a sí misma). Para entender realmente la Naturaleza, debemos ir más allá de la idea de fuerza de Newton, que lo logramos mediante las teorías gauge

de forma abstracta. Y para entender qué es la masa, hemos acabado en un campo fluídico que se extiende por todo el Universo y que da masa a los quarks, leptones, bosones W y Z, pero que no deja claro el origen de sí mismo: el campo de Higgs. La masa del protón y otros hadrones es un fenómeno de QCD. El bosón de Higgs solamente aporta un 10 % de la masa del protón como mucho. La estructura del protón involucra el conocimiento de la estructura del vacío de QCD, algo muy complicado que actualmente solamente se realiza en superordenadores con simulaciones y formalmente en teorías del retículo (Lattice QCD). El vacío de QCD es un vacío altamente no trivial que presenta fenómenos no lineales y no perturbativos (como el término  $\theta$  responsable del problema fuerte CP). La escala del electromagnetismo tiene efectos en la vida cotidiana: las fuerzas residuales de Van der Waals vencen generalmente a la gravedad y evitan que nos caigan cosas en la cabeza. Es una suerte que así sea. La interacción débil domina la alquimia moderna. Transforma el sabor o carga débil de los objetos y partículas permitiendo su transmutación. Esto es esencial para la vida de las estrellas y en última instancia para el origen de la vida conocida. El proceso  $pp$  es favorablemente energéticamente (por muy poco), aunque es un ejemplo de fine tuning:  $pp \rightarrow D + D \rightarrow {}^3\text{He}, {}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p^+ + p^+$ , y así hasta el ciclo CNO. Existen 3 generaciones de partículas (la materia usual es partículas de la primera generación, nadie sabe o entiende el origen de las otras 3). La única diferencia entre las 3 generaciones es que cada vez tienen más masa. Los bosones o partículas de fuerza son el cemento que une los ladrillos (leptones y quarks).

En el mundo cuántico, los objetos fundamentales son campos cuánticos que se distribuyen por el espacio tiempo  $\Psi(x, t)$ . La función de onda no es observable, pero podemos observar probabilidades de que la partículas se presente en el espacio-tiempo o con cierto momento y energía mediante

$$|\Psi^*\Psi| = |\Psi|^2 = P(\Psi) \quad (170)$$

Esta cantidad fue interpretada por Born como una probabilidad o amplitud de probabilidad. El peso de cada función de onda es una exponencial compleja. La Física no cambia si cambiamos la función de onda por una fase (global o local):

$$\Psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x,t)}\Psi(x) \quad (171)$$

A esto se le llama transformación gauge (global o local dependiendo de si la fase es constante o una función del espacio-tiempo). La fase local implica la introducción de un campo compensador o gauge, que transmite la interacción de forma local y determina la teoría y su estructura de interacciones. Son los campos gauge como el electromagnetismo o la interacción nuclear (fuerte y débil). Las interacciones gauge de cierto tipo se llaman teorías Yang-Mills. El SM es una teoría de tipo YM. El origen de los átomos y moléculas es de la MC. Para  $Z > 2$ , la existencia de vida es inconcebible sin moléculas o átomos complejos. Los procesos nucleares estelares son los que fabricaron los átomos y núcleos pesados en eventos catastróficos cósmicos como novas o supernovas.

¿Qué es un campo campo cuántico? Una respuesta plausible es una suma a todas las velocidades y momentos, de la creación de partículas con momento  $p$  y destrucción de partículas con momento  $p$  en el espacio-tiempo  $X$ , moduladas por fases cuánticas que tienen en cuenta dónde está la partícula y qué velocidad o momento tiene. Matemáticamente, en dimensión  $D$ , para un campo escalar sin espín:

$$\phi(x) = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} (a(p)^+ e^{-ipx} + a(p)e^{ipx}) \quad (172)$$

La simetría gauge determina también, de forma natural, qué combinaciones de campos son posibles para interactuar:  $\phi^2, \phi_1\phi_2\phi_3, \phi, \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi, \dots$ . Dos tipos generales de estadísticas cuánticas (teorema espín estadística): bosones y fermiones. La combinación de SR y MC trae otro regalo: la antimateria. Otra clasificación de partículas es la división de fermiones en leptones y quarks. Los leptones tienen masa, carga, espín, carga débil pero no color, los quarks tienen todas las cargas. La interacción débil es singular porque es la única capaz de cambiar el tipo o sabor de partícula (carga débil). Toda partícula tiene carga débil y color (o no tiene color). Las partículas vistas como ondas, tienen también polarizaciones (L y R). La Naturaleza mezcla las componentes L y R, pero deja las R generalmente como están (en el SM). En el SM:

- Se impone simetría gauge que mezcla L de (u,d) y ( $e, \nu_e$ ).
- Se itera el punto anterior para las 3 generaciones e interacciones (QED, QCD, EW).
- Se introduce la posibilidad de mezclar las 3 generaciones simultáneamente (via matrices CKM y PMNS).

- El fotón y gluón no tienen masa porque por consistencia son transparentes al campo de Higgs.
- La problemática de la masa de los bosones W y Z, 80 y 90 GeV, y de la masa del quark top (173 GeV), presenta un problema con la simetría gauge. Además, la masa de los leptones no debería ser cero porque si no escaparían de los átomos a la velocidad de la luz. Se introduce así el campo de Higgs como campo extra, análogo al de un imán magnetizado o de la superconductividad con la orientación colectiva de átomos y espines. Cuando la masa no es cero, la interacción es de corto alcance.
- En QED, hay un apantallamiento de carga que hace aumentar el acoplo a grandes energías y cortas distancias. Hay un efecto de polarización del vacío debido a las fluctuaciones cuánticas del vacío de QED. Aparecen pares partícula-antipartícula del vacío, lo que apantalla la carga y aumenta el acoplo.
- Para la interacción de color, QCD o cromodinámica cuántica, la teoría es muy cuántica. Además es no abeliana y no lineal, con lo que hay términos nuevos.
- Mecanismo de Higgs de dos piezas: primera pieza es mecanismo de rotura espontánea u oculta para determinar masas no nulas de las partículas. La segunda pieza es la dinámica específica del campo de Higgs, determinada por su propia autoconsistencia.
- Precisión del Modelo Estándar. Hasta una parte en  $10^{12}$ . El momento  $g$  del electrón se mide:

$$\left(\frac{g}{2}\right)_{exp} = 1,00115965218073(27)$$

y en teoría se calcula

$$\left(\frac{g}{2}\right)_{the} = 1,00115965218113(86)$$

Los problemas del modelo estándar lo acucian también: no explica por qué hay 6 sabores, y tantos parámetros libres, acoplos o masas. La mezcla de quarks y leptones es también diferente. Mientras que  $U(CKM)_q \sim I_{3 \times 3}$ , la matriz de mezcla de neutrinos es más compleja y presenta casi máxima mezcla  $U(PMNS)_\nu \neq I_{3 \times 3}$ . La existencia de materia y apenas nada de antimateria en el Universo local conocido, es un enigma no resuelto. El desequilibrio materia y antimateria para formar el Universo tuvo que ser muy fino  $10^{10}$  frente a  $10^{10} + 1$ . Por otra parte, la interacción fuerte es muy complicada dinámicamente: presenta libertad asintótica (antiapantallamiento) y confinamiento (no hay quarks libres o partículas de color sueltas). El electromagnetismo o interacción electrodébil presenta apantallamiento y anticonfinamiento (hay cargas libres). La intensidad de la interacción fuerte disminuye al disminuir la distancia, proceso que es al revés en la interacción electrodébil. El núcleo contiene partículas diferentes, como protón o neutrón. La interacción fuerte liga protones con protones y neutrones. Como nota histórica: el proyecto Manhattan fue un impulso a la investigación posterior en física nuclear y de partículas. En los 1950s, aparecieron montones de hadrones y mesones. Mendeleiev construyó una tabla periódica, por propiedades químicas. Gell-Mann, Zweig, Nemann (y en menor instancia S. Okubo) introdujeron la física de quarks y gluones como la conocemos. Se usaron electrones inicialmente para sondear el interior de protones y neutrones (deep inelastic scattering). Bjorken y Feynman idearon el modelo de partones (no similar al de quarks pero complementario) en 1964. Para energías  $E \gg M_p$ , los quarks y otros objetos aparecen. Para energías  $E \ll M_p$ , aparece el modelo de quarks constituyentes o de valencia. La existencia de partículas con extrañeza tipo  $sss$  llevó al descubrimiento del color. O. Greenberg ideó la paraestadística como idea alternativa. El modelo quark se formuló entre 1960 y 1962. El confinamiento implica la no existencia de quarks aislados, y que todo hadrón es incoloro. Por analogía con el átomo de hidrógeno, con  $E_0 = 13,6eV$ , ¿qué ocurre si intentamos ionizar un quark de un protón? Se genera un par quark-antiquark, y no hay quarks libres (similar a la inexistencia de monopolos).

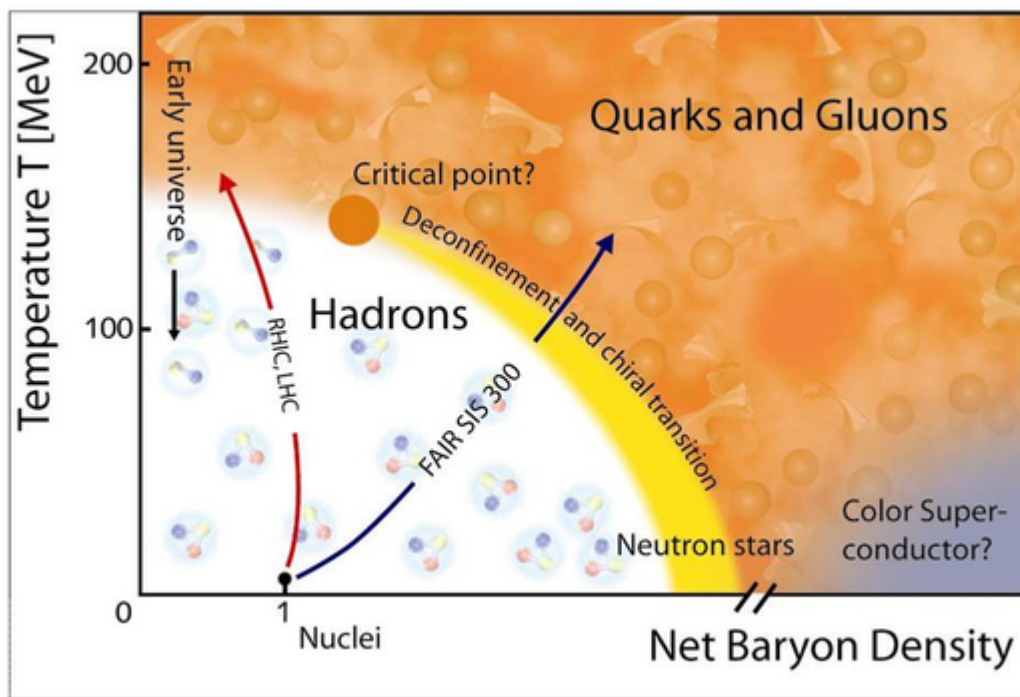
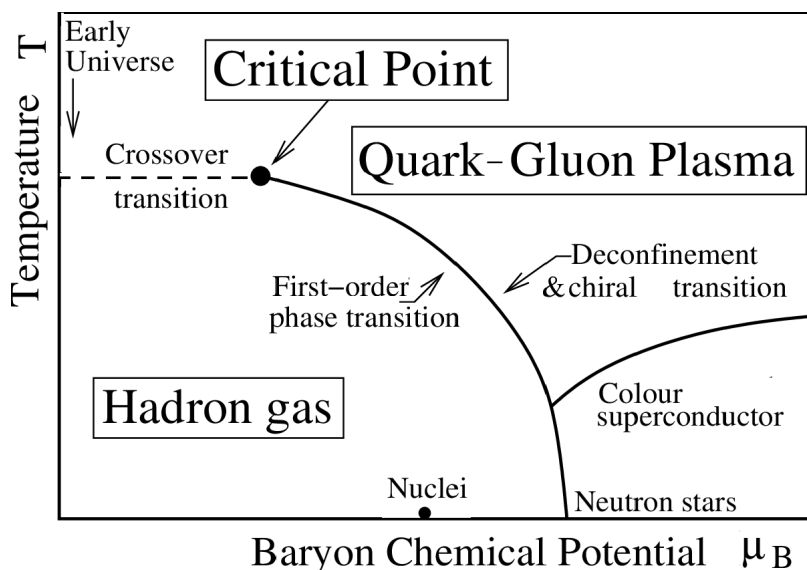
Dato: como  $\frac{E(p^+)_{bind}}{(2m_u + m_d)} \sim 100$  (para el átomo de hidrógeno una cuenta similar da  $10^{-5}$ , entonces no solamente la QCD es muy cuántica, también es muy relativista. La libertad asintótica implica que  $g_s \sim 0,118|_{LHC}$  y disminuye con la energía a diferencia de  $\alpha_{em}$ . Antes de QCD, el modelo que se usaba para la interacción fuerte era el modelo de cuerdas de la teoría de la matriz-S. Esta teoría acabó evolucionando a la teoría de supercuerdas y teoría M (F,S) con el tiempo. En este modelo, un protón es una especie de bolas, con un potencial  $V \sim kr$ , que desarrolla un fluo de color y concentra la energía de interacción. La gravedad es esencialmente (o así se

cree) un cuadrado de una teoría de tipo  $YM$ (Yang-Mills), pero antes del modelo quark se tuvo la teoría o modelo de cuerdas. Se desecharon las el éxito del modelo quark aunque fueron rescatadas como TOE(Theories of Everything) en los ochenta del s. XX. La masa de la teoría de QCD (o del modelo de cuerdas) es esencialmente el 90 % de la materia. Si modelizamos como un muelle las cuerdas, la tensión del cable equivalente de acero de  $1cm^2$  de tensión debería soportar  $10^{13}N$ . La tensión de la cuerda puede estimarse mediante  $T_s \sim 1GeV/1fm \sim 10^5N$ .

Finalmente, a cierta temperatura, los quarks se desconfinan junto a los gluones para formar el llamado plasma de quark-gluón. Esto ocurre a unas temperaturas típicas correspondientes a la fase de rotura de simetría quiral del hadrón, fundiéndolo. Si la energía típica es de 200 MeV para esta fase, usando la relación de Boltzmann  $E_k \sim k_B T_{QCD}$  podemos estimar la temperatura de este plasma:

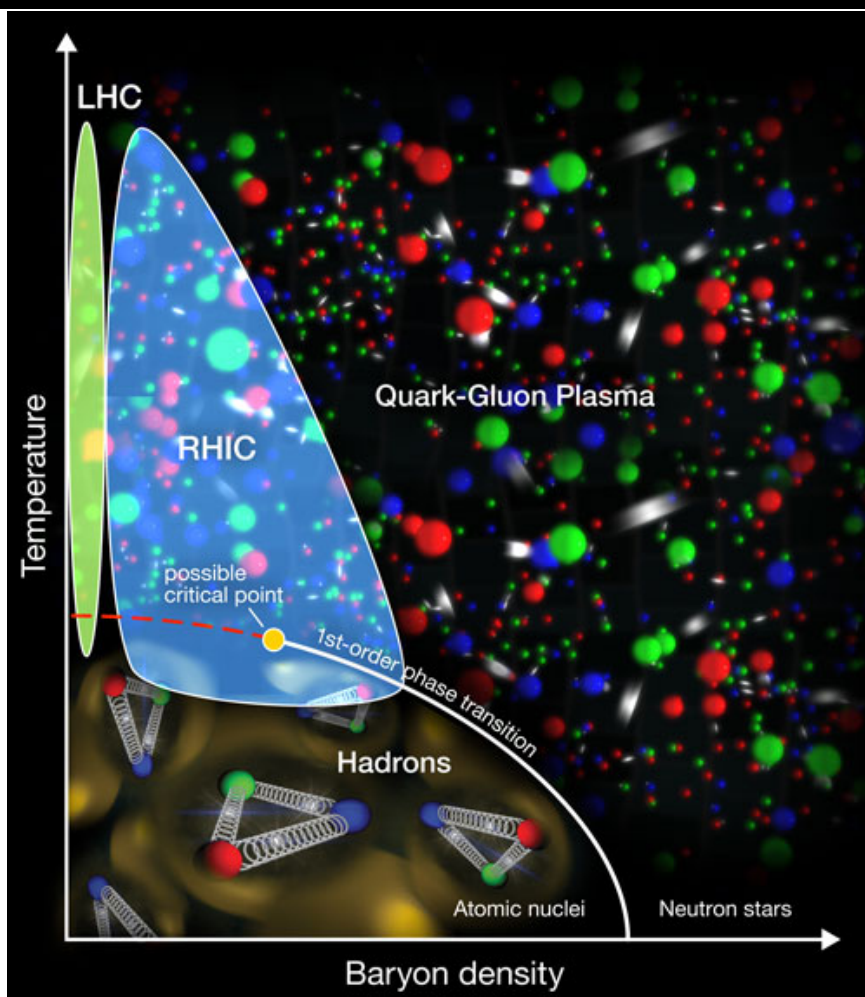
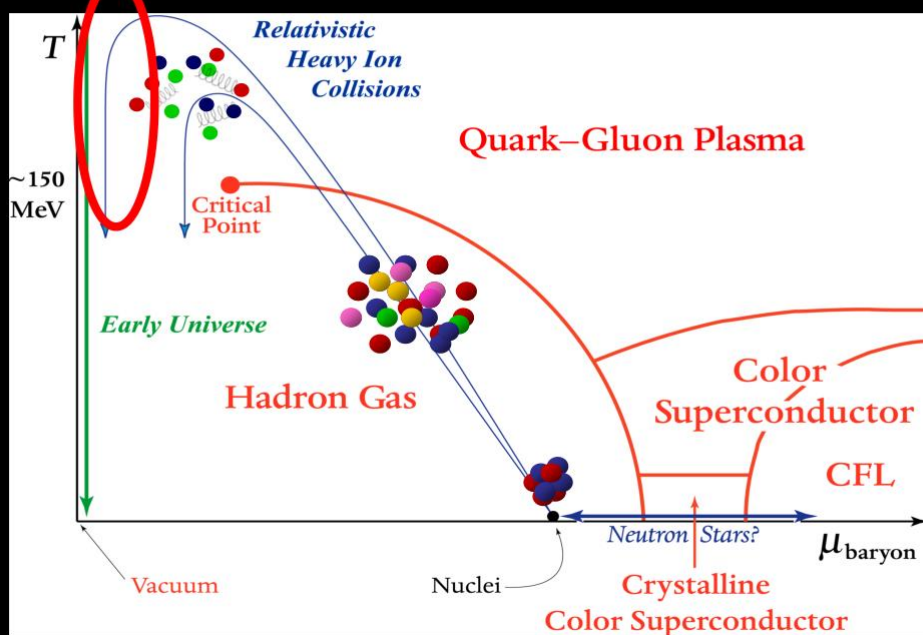
$$T_{QCD} \sim 2 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} / 1,38 \cdot 10^{-23} \sim 10^{12} K$$

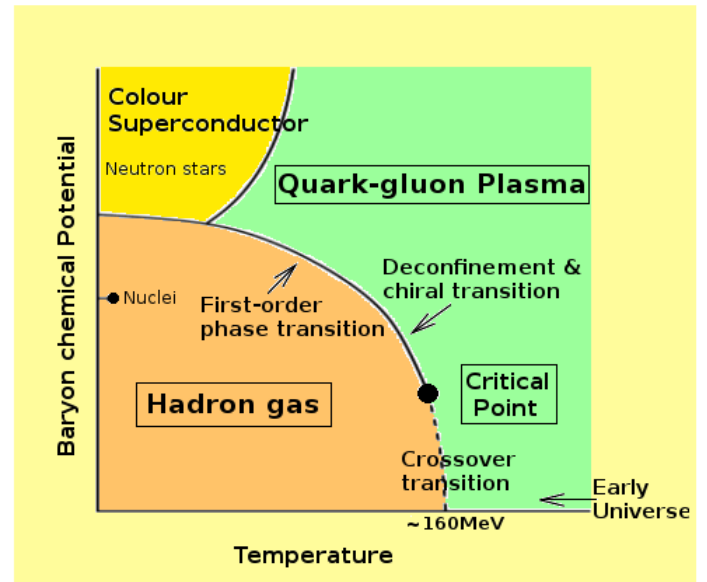
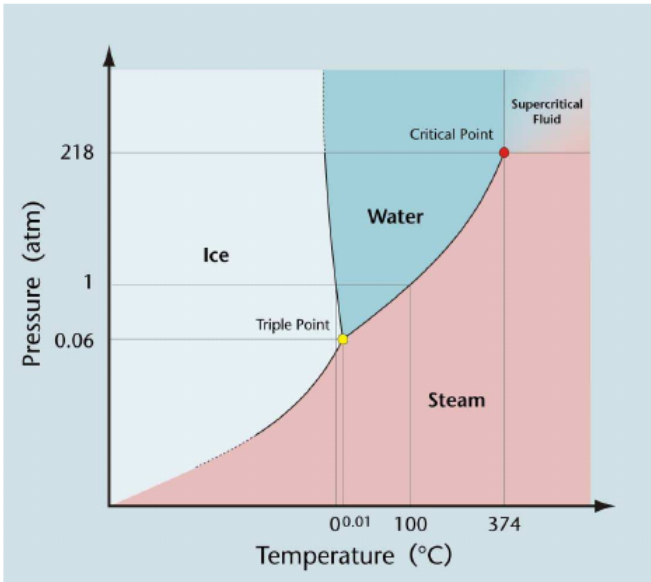
Este plasma y fluido se ha producido en el RHIC y en el LHC (experimento ALICE). El QGP se comporta como un fluido casi perfecto (sin fricción) o superfluido relativista. No es transparente a gluones. Y presenta un diagrama de fases complicado:



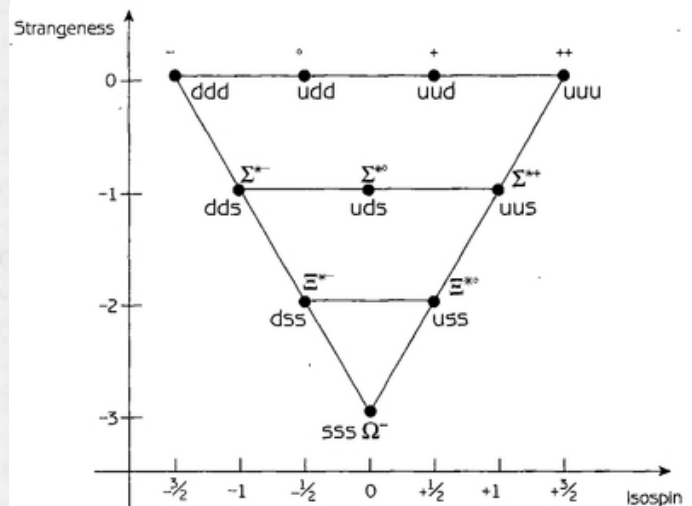
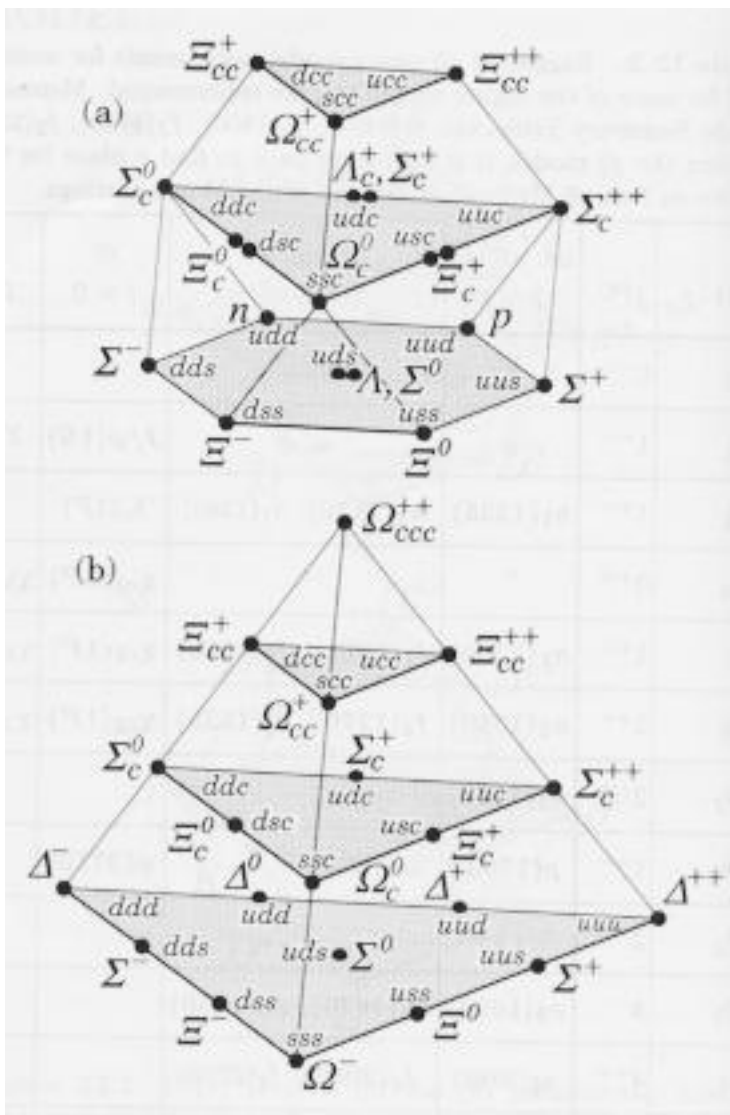


# Phase Diagram of Nuclear Matter





La transición de fase de QCD tuvo lugar en el Universo primitivo antes de la nucleosíntesis primordial, y es algo no totalmente entendido. Se espera obtener información de esta era con ondas gravitacionales en el futuro, quizás con neutrinos también. El modelo quark o del camino óctuple permitió obtener una tabla periódica de hadrones:



A la imagen de quarks, se le añadió el modelo de partones de Feynman y Bjorken. Quarks no son partones. La

idea de partón está relacionada con el hecho de que a alta energía, se ven más constituyentes dentro de un protón que los quarks de valencia. La explicación de que puedan existir estados  $sss$  se debe al color (paraestadística de Greenberg). El camino óctuple del modelo quark fue capaz de organizar los estados de hadrones en una imagen unificada coherente. Así, partículas como los protones, neutrones, piones, kaones, y otros como los bariones omega o xi pueden entenderse sistemáticamente como los elementos de la tabla periódica.

El lagrangiano formal del SM(ME) viene dado (salvo términos adicionales que se agregan por coherencia y no afectan a la imagen final conjunta) por:

$$L_{SM} = L_f + L_g + L_Y + L_H \quad (173)$$

donde

$$L_f = \sum_f i\bar{\Psi}_f \not{D}\Psi_f \quad (174)$$

$$L_g = - \sum_{gauge} \frac{1}{g^2} F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^a \quad (175)$$

$$L_Y = \sum_Y g_Y \bar{\Psi}\Psi\phi \quad (176)$$

$$L_H = |D_\mu\phi|^2 - V_H(\phi), \quad \text{con} \quad V_H(\phi) = -m^2\phi^2 + \lambda\phi^4 \quad (177)$$

Nótese que este modelo no incluye la gravedad, pero sí a 12 fermiones y antifermiones (algunos coloreados y con quiralidad):

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (178)$$

además de los bosones  $\gamma, g, W^+, W^-, Z, H_0$ . En un colisionador como el LHC, la temperatura de los superconductores es del orden de 1.9K, el campo magnético es de unos  $B = 8,3T$ , y se enchufan 3000 paquetes cada 25 ns, con  $10^{11} p^+$ . Las colisiones tienen lugar con frecuencia de 40MHz, y los protones dan 11245 vueltas por segundo. Para un detector del LHC, el tiempo de respuesta es de  $3\mu s$ , que es mayor que el tiempo de los protones o incluso que el de desintegración del tau, 0,3 ps. Comparar estas escalas con el cociente  $L_U/L_P \sim 10^{61}$  es notable, teniendo en cuenta que  $L_Q L_S = L_G^2$ .

### 2.2.1. Aplicaciones de la Física de partículas

CMS ha encontrado aplicaciones de sus aparatos o tecnología a cables, electrónica y aparatos. ¿Merece la pena invertir en investigación básica si no se saca beneficio a corto plazo? Pensemos que el GPS sería imposible sin la GR (se producirían errores de metros o incluso kilómetros si no se consideraran). La web y sus protocolos http, www se inventaron en el CERN. La utilidad de los aceleradores de partículas como el tubo de rayos catódicos encontró aplicaciones en comunicaciones (TV) antes de la era digital. Los generadores de Van de Graaff, el Pelletron, el klystron o el de Cockcroft-Walton han servido a diferentes menesteres. Los LINAC, ciclotrones y sincrotrones que se usan en industria, investigación o medicina tienen su origen en la investigación básica. La radiación se usa en microscopía y materiales, medicina, desinfección y modificación de materiales, terapias de neutrones y protones o de positrones (PETs), de TACS, radioterapia, quimioterapia, terapia de protones, radiofármacos. También los detectores de radiaciones ionizantes se usan en la industria de la energía nuclear. Así hay dispositivos de radiaciones ionizantes (semiconductores, gasosos, dosímetros, películas por centelleo,...), y excitantes (termoluminiscentes, centelleo, ...). También hay aplicaciones en Arqueología, Vulcanología, seguridad nuclear, militares, medical imaging (RMN/NMR, MRI,...). Los rayos X son ionizantes, los TAC son como rayos X de alta dosis, y los PET se usan en oncología, neurología, cardiología,... También están los PTAC y los PET+TAC. Lo más moderno es la terapia de protones, ya que el sistema del Co-60 aunque efectivo acababa regenerando células oncológicas a los años por dispersión. Hay también gammagrafías, teleterapia. Proyectos en el CERN sobre Medicina nuclear y radiación: ENLIGHT, BIOLEIR, y simulación de las radiaciones o cursos a personal médico. Por MONTECARLO, también se simulan radiofármacos o nuevos tratamientos (detectores). La idea importante o magnitud en radioterapia es el concepto de dosis, que mide la energía por unidad de masa.

### 2.3. Cosmología

Las cuatro interacciones (o cinco si contamos la interacción del Higgs y sus autointeracciones) estuvieron unificadas a principios del universo. Tras la nucleosíntesis primordial, y la recombinación del plasma primigenio para dar el universo conocido con la formación de los primeros átomos y elementos, las primeras estrellas eran muy masivas y fueron poco longevas. Una segunda generación de estrellas fue enriqueciendo el medio interestelar y galáctico con elementos pesados. Así se pasó a la tercera generación (gen I) actual, que se alimenta de fusión nuclear, via procesos pp y ciclo CNO. Las supernovas e hipernovas, el gas de las nebulosas, y otros ingredientes fueron enriqueciendo ciertos entornos cósmicos donde posiblemente, como en nuestro planeta, se formarían las condiciones necesarias para la vida. Tenemos una idea de qué paso en el Universo a partir de los 3 minutos. Para entender lo que pasó antes, es necesario entender el plasma de quark-gluones y adentrarnos en las eras oscuras. Eso no podrá hacerse con telescopios de fotones. Se requerirá el estudio de neutrinos, ondas gravitacionales y las polarizaciones de los mismos (la polarización del CMB creado con la recombinación es una pista indirecta del proceso llamado inflación, también en las eras oscuras). Para estudiar estos fenómenos de partículas, hay que usar unidades típicas llamadas barn  $1\text{barn} = 10^{-28}\text{m}^2 = 10^{-24}\text{cm}^2$ .

El Big Bang ocurrió hace muchísimo tiempo, unos 13.8 Gyr. El Big Bang no ocurrió en un solo punto sino en todas partes. Los telescopios son máquinas del tiempo. No hay un centro del Universo. El Big Bang supone que el Universo primitivo era mucho más denso, caliente y pequeño. En los primeros segundos se desacopló la radiación sucesivamente de diversos tipos, luego se fueron desacoplando, por enfriamiento, las primeras partículas. Primero se formaron protones y neutrones, luego núcleos y átomos (recombinación). Las estructuras astronómicas a gran escala se formaron después: estrellas y galaxias se fueron formando en los huecos de densidad donde hubo fluctuaciones (semillas del Big Bang). En los primeros segundos tuvo lugar la aniquilación electrón positrón, que aunque no se sabe por qué, violó C y desequilibró el Universo hacia la materia. Los núcleos se formaron a los 3 minutos. Tras 360000 años aproximadamente, se formaron los átomos dando lugar a un fogonazo que hoy día se percibe como el fondo cósmico de microondas (CMB), con temperatura actual de 2.73K. Antes ya tuvieron que desacoplarse neutrinos y los gravitones muy al principio en la era de Planck. Posiblemente hubo un proceso de inflación que aplanó el Universo. Las condiciones de Saharov para la violación del equilibrio materia-antimateria debieron de cumplirse (el modelo estándar las cumple): violación de C, procesos fuera del equilibrio, y violación del número bariónico.

De acuerdo a la Relatividad General, aceptando como imagen del Universo un Universo homogéneo e isótropo, la solución a las ecuaciones de Einstein proporciona lo que se denomina métrica de Friedmann-Robertson-Walker. Hoy día, más allá de una discrepancia de unas 4 sigmas (circa 2020) entre diversos métodos, se sabe que el parámetro de Hubble que da la edad del Universo vale aproximadamente 70km/s/Mpc, unos 20 km/s/Mlyr. Si  $R(t) = a(t)x$ , la ecuación de Friedmann para el factor de escala proporciona

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho - \frac{Kc^2}{a^2} \quad (179)$$

Esta ecuación permite tener el Universo en las manos, y produce una densidad crítica

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G_N} \quad (180)$$

Generalmente la composición del universo en diferentes fluidos o campos se realiza mediante una ecuación de estado tipo  $P = \omega\rho$ , y los parámetros  $\Omega_i$ :

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c} \quad (181)$$

Por conservación de la energía:

$$\Omega_r + \Omega_m + \Omega_b + \Omega_\nu + \Omega_k + \Omega_\Lambda + \dots = 1 \quad (182)$$

Como la componente de radiación y de curvatura se asumen pequeñas o nulas, y definiendo  $\Omega_M = \Omega_m + \Omega_b$ , se tiene que

$$\Omega_M + \Omega_{DE} = 1 \quad (183)$$

Hoy día, hay bastante acuerdo en que los datos del modelo cosmológico estándar (LCDM) implican que  $\Omega_M \sim 0,3$  y  $\Omega_{DE} \sim 0,7$ . Para explicar  $\Omega_{DE} \sim 0,7$  la explicación más simple es la constante cosmológica de Einstein,

a pesar de que los cálculos cuánticos indican que sería enorme, la constante cosmológica es del orden de unos pocos  $meV^4$ . Además, en el marco del  $\Lambda$ CDM no solamente se predice una temperatura del CMB como se espera, sino que se predice también un fondo cósmico de neutrinos con  $T_\nu \sim 1,945K$  y un fondo cósmico de gravitones, más complicado, con  $T_g \sim \sqrt{2/N_\star} T_\gamma \sim 0,9K$ , donde en el último paso, hemos supuesto solamente los grados de libertad del SM. Un modelo BSM cambiará esta estimación. La densidad crítica actual es del orden de  $5 \cdot 10^{-30} g/cm^3$ , que son 5 protones por metro cúbico, o bien 5 electrones por litro.

La existencia de la materia oscura (DM/MO) está basada en una serie de observaciones, argumentos y medidas (circa 2020):

- Zwicky, en 1933, se da cuenta que la materia luminosa no es suficiente para producir la distribución de masa observada en las galaxias.
- Vera Rubin, en 1975, observando las curvas de rotación de las galaxias, observa que giran demasiado deprisa y no siguen las leyes de Kepler. Las curvas de rotación son planas.
- Observaciones mediante lentes gravitacionales de halos de DM en cúmulos, como el Bullet Cluster, producen nuevas evidencias.
- La observación de las anisotropías del CMB permite derivar el porcentaje de materia oscura sobre el de materia bariónica. Los bariones no son suficientes para explicar la materia oscura, ni siquiera hay campos en el SM para explicar el origen o naturaleza de la DM. Sabemos que tiene masa e interactúa gravitacionalmente, rara vez emite luz o interactúa electromagnéticamente (si es que lo hace). Los neutrinos (HDM) no pueden tampoco ser la DM (al menos, no los neutrinos del SM). La DM no puede estar cargada bajo números cuánticos o grupos gauge del SM, o la habríamos observado. Sin embargo, la materia oscura puede realmente tener casi cualquier valor de masa entre  $10^{-33} eV$  y  $10^{47} eV$ . La DM debe ser el 80 % de masa del Universo, y conjuntamente con la materia luminosa bariónica, ser un 25 % del porcentaje de energía cósmica. El resto es 5 % materia normal y radiación y un 70 % energía oscura (aunque se apunta a la constante cosmológica).

La era de la inflación, a unos  $10^{-35} s$  del origen del Universo, se produjo más tarde que la era de Planck ( $t \leq 10^{-44} s$ ,  $T \sim 10^{32} K$ ) donde nuestras teorías no pueden explicar nada por ahora. Vivir con la ignorancia ahí en las transiciones de fase electrodébil o fuerte en menor medida, a la espera de mejores teorías y más datos. Para eso necesitaremos neutrinos, y ondas gravitacionales, ya que pueden penetrar más en la historia cósmica.

**Ejercicio.** Demostrar que

$$R_E = \sqrt{\frac{\alpha}{G_N M_P^2}} R_{at} \quad (184)$$

si  $P_E = P_{at}$ , así como que

$$R_{elephant} = \left( \sqrt{\frac{\alpha}{G_N M_P^2}} \right)^{2/3} R_{atom} \quad (185)$$

De estas ecuaciones se deduce por qué no hay planetas del tamaño del átomo, o elefantes atómicos. Generalizar este tipo de argumento y probar por qué un núcleo es 100000 veces más pequeño que un átomo.

De las eras oscuras, por ejemplo, las teorías GUT o de gran unificación predicen la existencia de bosones X e Y, llamados leptosquarks, que catalizan la desintegración del protón y NO sería en última instancia estable (sino muy estable pero metaestable). Esto se hace por operadores mecanocuánticos de dimensión de energía igual a 6, tipo  $\hat{O} \sim (qqql)/M_X^2$ . Esto ocurriría a temperaturas asociadas a energías de  $10^{16} GeV$ . La masa de los neutrinos se puede entender via operadores de dimensión energía 5 de Weinberg, en el seesaw más sencillo son  $\hat{O}_W \sim (Lh^+ Lh^+)/M$ . Esto ocurre a energías de entre  $10^{10} GeV$  hasta  $10^{14} GeV$ . Hay también operadores de dimensión 6 que producen el momento dipolar eléctrico  $\lambda_l Lh\sigma^{\mu\nu} e^c F_{\mu\nu} \geq (30 TeV)^2$  y también operadores que cambian el sabor tipo  $(sd^c)^2 \geq (1000 TeV)^2$ , que daría un gran valor a la mezcla kaón-antikaón. Las interacciones del SM, junto al principio de equivalencia, virtualmente especifican la estructura de la teoría. Si

$$\frac{g_j}{M_j} = \frac{1}{M_P} \quad (186)$$

entonces para espín uno

$$\sum_j g_j = 0 \quad (187)$$

para espín dos

$$\sum_j g_j v_j^\mu = 0 = \sum_j \frac{g_j}{m_j} P_j^\mu \quad (188)$$

Para interacciones de alto espín (hipergravedad y teorías gauge de alto espín, con espín mayor que dos), hay pocas teorías interactuantes que den resultados coherentes (la más conocida, la teoría de Vasiliev, emparentada a twistories y teorías de supercuerdas en ciertos background).

¿Cuál es el destino del Universo? ¿Es único? Considerando nuestro universo como único, hay una serie de finales posibles para él:

- Big Crunch. El recolapso o gran crujido.
- Big Chill/Freeze. Muerte térmica del universo.
- Big Rip. Gran desgarramiento en un universo con energía fantasma como energía oscura.
- Big Slurp/Big Decay. Desintegración del universo al verdadero vacío si no estamos en este.
- Cyclic regeneration, regeneración cíclica, tras aeones. Según la cosmología cíclica de Penrose, el Universo se reinicia cada aeón.

En cuanto al Multiverso, la idea de que hay varios universos, tiene varios niveles según Max Tegmark. El nivel I es el de Universos burbuja separados de nuestro universo local más allá de nuestro horizonte (con mismas leyes físicas); el siguiente nivel, por inflación, el nivel II es una burbuja con leyes físicas diferentes debido a fluctuaciones del Big Bang (constantes físicas distintas,...); el nivel III corresponde a la interpretación de Everett de las historias múltiples de la MC (todo lo que puede ocurrir ocurre u ocurrirá, aunque sea en hojas de universo o universos diferentes paralelos); finalmente el nivel IV de Multiverso corresponde a aquel en el que todas las estructuras matemáticas posibles son realizadas (incluso como simulación).

### 2.3.1. Nociones de secciones eficaces y aceleradores

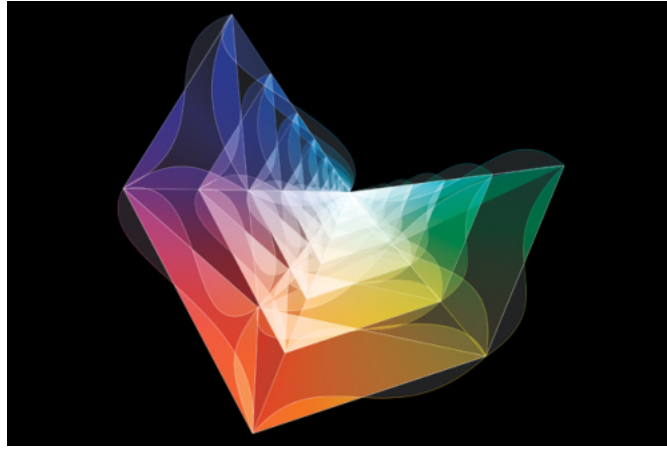
En Física de Altas Energías, se tiene que la luminosidad de un colisionador por la sección eficaz es el número de eventos o sucesos por unidad de tiempo:

$$\frac{dN}{dt} = \mathcal{L}\sigma \quad (189)$$

Para QED y QCD, o el SM,  $\sigma \geq 10^{-36} \text{cm}^2$ , y las secciones eficaces de los procesos suelen darse en  $\mu\text{b}$ ,  $\text{nb}$ ,  $\text{pb}$ ,  $\text{fb}$ . Para el LHC,  $\sigma_{ii} \sim 10^3 \text{pb} \sim 10 \text{ev/s}$ ,  $\sigma_W \sim 10^5 \text{pb} \sim 10^3 \text{ev/s}$ ,  $\sigma_{WW} \sim 10^2 \text{pb} \sim 1 \text{ev/s}$ ,  $\sigma_{SUSY} \sim 1 \text{pb} \sim 1 \text{ev/min}$ . Si el espacio-tiempo no son fundamentales, se requerirá reformular las herramientas de cálculo para tener en cuenta objetos como el amplitudro

$$\mathcal{A}_{n,k,l}(Z) = \text{Vol}[A_{n,k,l}] \quad (190)$$

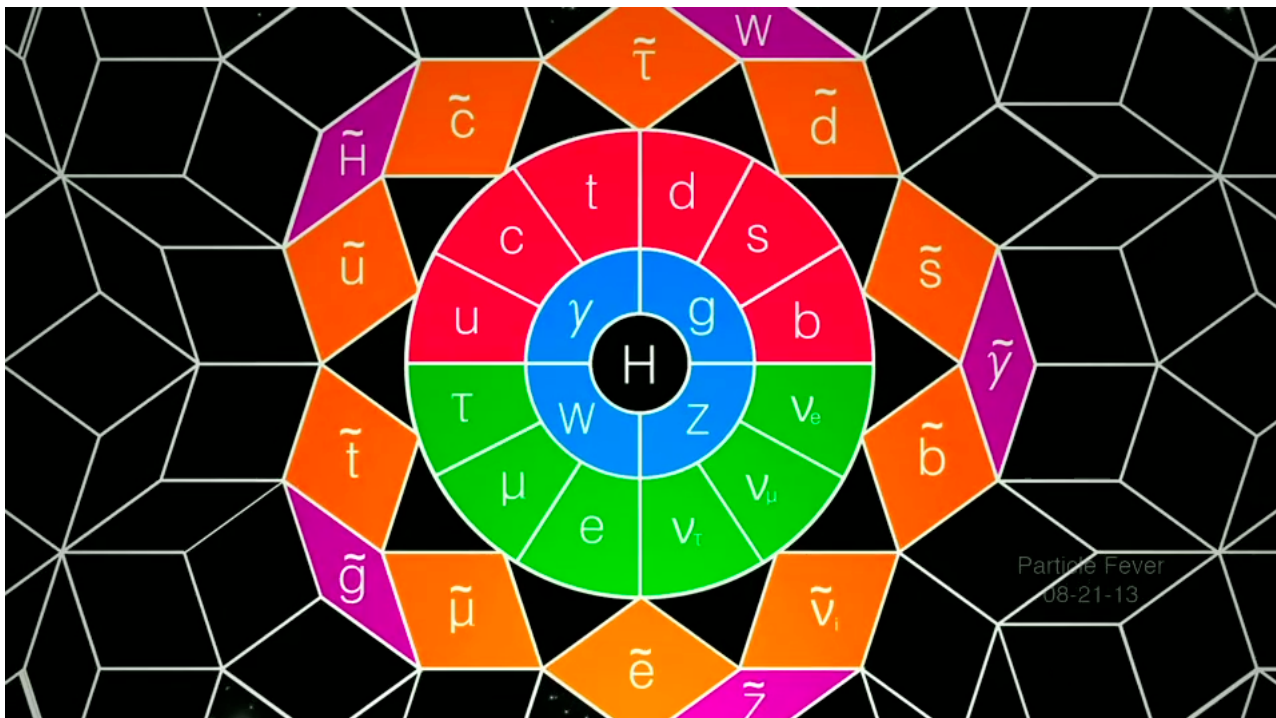




### 3. Supersimetría, otras dimensiones y otras ideas BSM

#### 3.1. SUSY

El Modelo Estándar Supersimétrico mínimo está formado por estas partículas:



Para ir más allá del modelo estándar, e intentar explicar cosas como la energía del vacío o la materia y energía oscuras, unificar la materia con la radiación, y otros fenómenos, se introdujo hace tiempo la noción de supersimetría (SUSY). Esencialmente, SUSY es una simetría que mezcla simetrías internas y espacio-tiempo mediante generadores de tipo espinorial (secretamente bivectores o multivectores/polivectores). El cuadrado de una transformación supersimetría es una traslación espacio-tiempo. Pero uno también querría justificar de otro modo SUSY. Esta justificación alternativa tiene que ver con la energía del vacío, y su valor nulo o casi nulo. Un superálgebra tiene como generadores el conjunto  $P_\mu, M_{\mu\nu}, Q_\alpha$ . En el vacío de la QFT, cada campo es un conjunto de osciladores armónicos. Para espín  $j$ , la energía del oscilador del vacío es

$$\mathcal{E}_0^{(j)} = \frac{\hbar\omega_j}{2} \quad (191)$$

donde

$$\omega_j = k^2 + m_j^2 \quad (192)$$

La energía del vacío asociada será la suma de cada oscilador

$$E_0^{(j)} = \sum \varepsilon_0^{(j)} = \frac{1}{2}(-1)^{2j}(2j+1) \sum_k \hbar \sqrt{k^2 + m_j^2} \quad (193)$$

Tomando el límite continuo, tenemos la integral de energía del vacío, o integral de energía cósmica

$$E_0(j) = \frac{1}{2}(-1)^{2j}(2j+1) \int_0^\Lambda d^3k \sqrt{k^2 + m_j^2} \quad (194)$$

Si desarrollamos la raíz cuadrada, hasta orden cuarto en  $(m/k)$ , se llega a que:

$$E_0(j) = \frac{1}{2}(-1)^{2j}(2j+1) \int_0^\Lambda d^3k k \left[ 1 + \frac{m_j^2}{2k^2} - \frac{1}{8} \left( \frac{m_j^2}{k^2} \right)^2 + \dots \right] = A(j) [a_4 \Lambda^4 + a_2 \Lambda^2 + a_{\log} \log(\Lambda) + \dots] \quad (195)$$

Si queremos que haya ausencia de divergencias cuárticas, asociadas a la constante cosmológica o el cut-off, se requiere que

$$\sum_j (-1)^{2j}(2j+1) = 0 \quad (196)$$

Si queremos ausencia de divergencias cuadráticas, asociadas a las masas de las partículas, se requiere que

$$\sum_j (-1)^{2j}(2j+1)m_j^2 = 0 \quad (197)$$

Finalmente, si requerimos que no haya divergencias logarítmicas, asociadas al comportamiento a grandes distancias y la renormalización, se requiere que

$$\sum_j (-1)^{2j}(2j+1)m_j^4 = 0 \quad (198)$$

Las tres sumas se cumplen si se verifica, simultáneamente, que

$$N_B = N_F \quad (199)$$

y que

$$M_B = M_F \quad (200)$$

Estas condiciones son satisfechas por SUSY, pero el problema es que el modelo estándar NO es supersimétrico y que las masas de las partículas no parece que puedan satisfacer las reglas supersimétricas de forma trivial. SUSY debe estar rota o solamente manifestarse a una escala alta o muy alta de energía desconocida. Estas tres relaciones aparecen de hecho en teoría de supergravedad máxima en  $D = 11$ , que sabemos es el límite de baja energía de teoría M, a nivel de un loop en forma compacta:

$$\sum_{J=0}^2 (-1)^{2J}(2J+1)(M_J^2)^k = 0, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (201)$$

Estas sumas, de hecho, implican una constante cosmológica no nula a priori en SUGRA (supergravedad).

**Ejercicio.** Demostrar que la densidad de energía de un fotón o gravitón, módulo factor de espín, puedes escribirse de la siguiente forma:

$$U_b = \frac{E}{V} = \frac{\hbar f^4}{c^3} = \frac{(\hbar f)^4}{(hc)^3}$$

También, demostrar que la densidad de energía de un campo fermiónico de masa  $m$  será también dada por la expresión

$$U_f = \frac{E}{V} = \frac{m^4 c^5}{h^3} = \frac{(mc^2)^4}{(hc)^3}$$

Comparar las dimensiones físicas en ambos casos.



### 3.2. Dimensiones extra

En gravitación, en un espacio-tiempo  $D$ -dimensional:

$$F_G = G_N(D) \frac{Mm}{r^{D-2}} \quad (202)$$

Compactificando las dimensiones extra,

$$F_G = G_N(D) \frac{Mm}{L^D r^2} \quad (203)$$

de donde

$$G_4 = \frac{G_N(D)}{L^D} \quad (204)$$

o bien, como  $M_P^2 = \frac{\hbar c}{G_N}$ ,

$$M_P^2 = V(XD) M_\star^2 \quad (205)$$

Así, la debilidad de la gravedad se explicarían mediante un efecto de dilución dimensional de la gravedad. Se puede hacer algo similar con los gampos gauge, para dar:

$$g^2(4d) = \frac{g^2(XD)}{V_X} \quad (206)$$

### 3.3. Otras ideas

- Dimensiones extra-nocompactas: modelos Randall-Sundrum.
- Dp-branas y p-branas.
- Dimensiones discretas. Dimensiones fraccionarias y complejas o hipercomplejas.
- Relatividades extendidas.
- Grupos cuánticos.
- Geometría excepcional, geometría no conmutativa y no asociativa.
- Modelos de compositeness: preones, tecnicolor, haplones, rishones,...
- Gravitación cuántica de lazos o bucles (Loop Quantum Gravity). Área, volumen y longitud están cuantizados. Para el área, con una base de spin networks (redes de espín de Penrose), se tiene la condición atómico-corpúscular:

$$\hat{A}(\Sigma) |\Gamma\rangle = 8\pi L_p^2 \gamma \sum_i \sqrt{j_i(j_i + 1)} |\Gamma\rangle \quad (207)$$

### 3.4. Otras aplicaciones de la radioactividad y su energía

Detectores antiincendios (americio), bombardeo de Cs radioactivo al oro y verlo reaccionar con frecuencias UV, U-248 en procesos de electrólisis, reactores de termoelectricidad (Curiosity, New Horizons, Perseverance,...), datación radioquímica, rastreadores químicos radioactivos, investigaciones forenses, desinfección quirúrgica e industrial, Medicina oncológica, investigaciones científicas originales, fuentes de energía nuclear,...

Doctor Who?

# ϱΔΞΘΣΠΧΚΙΟ

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\heartsuit\heartsuit\rangle + |\spadesuit\spadesuit\rangle) \quad \oint_{\partial\Sigma} \Theta = \int_{\Sigma} d\Theta$$

