

# Física del siglo XX

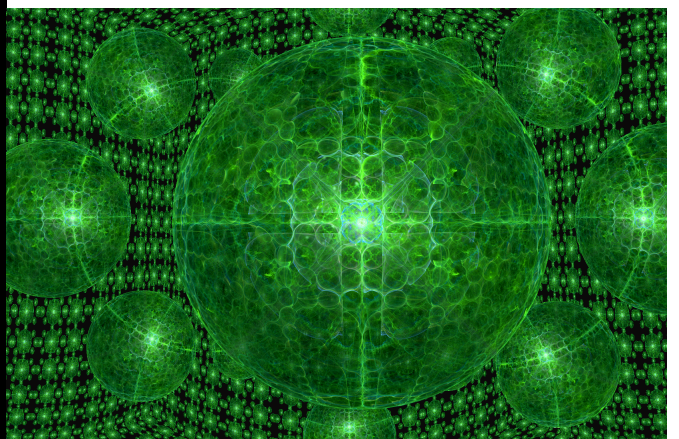
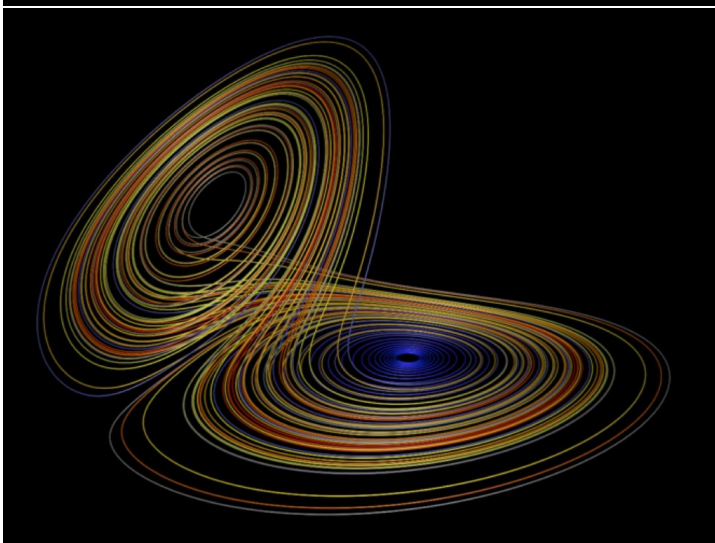
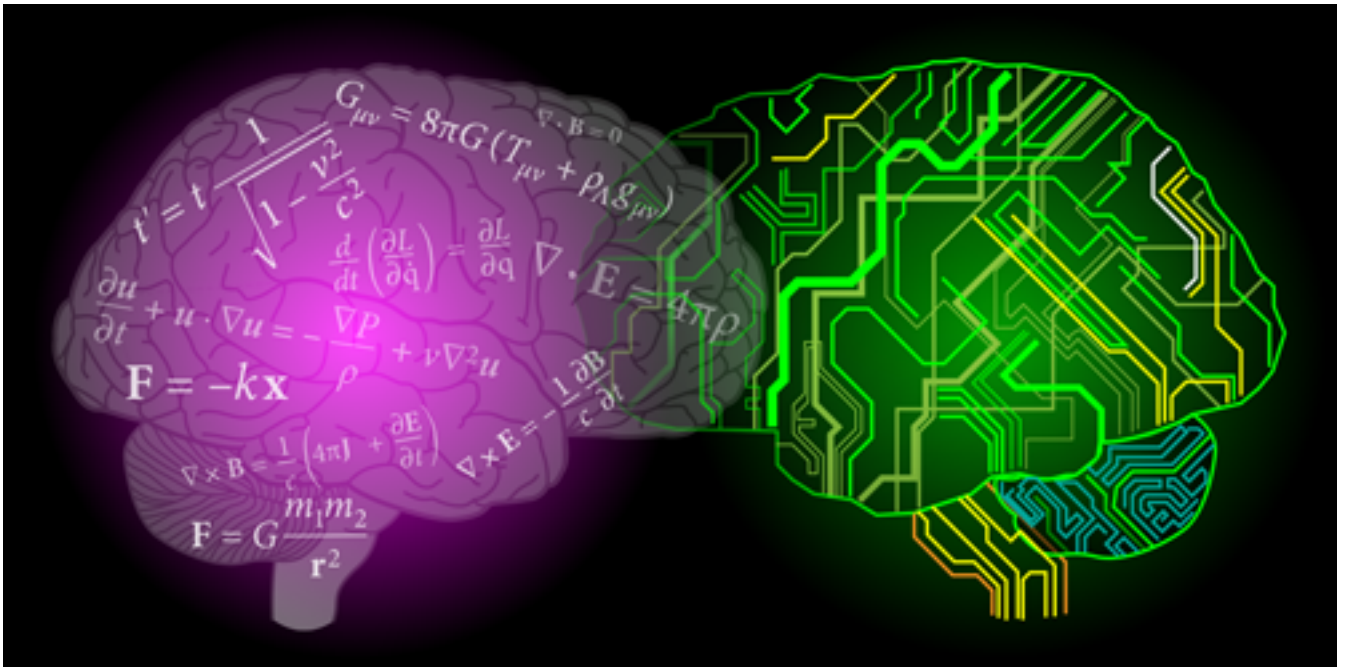
JFGH

Space-time Foundation & Quantum TimeLord Virtual Academy

Multiverse of Madness

## Resumen

Resumen con  $\LaTeX$  en español de los temas de Física del siglo XX (Relatividad, Teoría Cuántica y Física Nuclear y de partículas, más Cosmología).



# Índice

<b>1. Relatividad especial</b>	<b>3</b>
1.1. Postulados y transformaciones	3
1.2. Efectos relativistas	3
1.2.1. Contracción de longitudes	4
1.2.2. Dilatación del tiempo	4
1.2.3. Relatividad de la simultaneidad	4
1.2.4. Adición de velocidades relativistas	4
1.2.5. Momento y energía relativistas	5
1.2.6. Transformaciones de los campos electromagnéticos	6
1.2.7. Espacio-tiempo y Mom-energía	7
<b>2. Física cuántica</b>	<b>7</b>
2.1. La hipótesis de Planck	7
2.2. Espectro electromagnético	9
2.3. Dualidad onda-partícula	11
2.4. Principio de indeterminación	12
2.5. Efecto fotoeléctrico	12
2.6. Efecto Schwinger	14
<b>3. Sección eficaz y física nuclear. Reactores</b>	<b>15</b>
<b>4. Física nuclear y de partículas</b>	<b>16</b>
4.1. Modelos atómicos	16
4.2. Tipos de desintegración radiactiva	16
4.3. Reacciones nucleares	18
4.4. Ley de desintegración	19
4.5. Defecto de masa y energía de ligadura	19
4.6. Actividad	20
<b>5. Física de partículas y Cosmología</b>	<b>20</b>
5.1. Física de partículas	20
5.2. Cosmología	21

# 1. Relatividad especial

## 1.1. Postulados y transformaciones

La relatividad especial parte de dos postulados:

- Principio de invariancia de las leyes físicas para sistemas inerciales (aquellos que se mueven con MRU entre sí). Por leyes físicas entendemos todas las leyes físicas, tanto la Mecánica, como el electromagnetismo.
- Principio de la constancia de la velocidad de la luz. La luz en el vacío se mueve con velocidad constante e igual a  $c = 299792458 m \cdot s^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 m/s$ . Esta velocidad es independiente del movimiento del observador o de la fuente y es invariante o constante.

Estos dos postulados llevan de forma inexorable a un conjunto de transformaciones que generalizan las transformaciones de Galileo:

$$x' = x - vt \quad (1)$$

$$y' = y \quad (2)$$

$$z' = z \quad (3)$$

$$t' = t \quad (4)$$

de la forma siguiente

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (5)$$

$$y' = y \quad (6)$$

$$z' = z \quad (7)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad (8)$$

y donde el factor de dilatación o “engorde” relativista  $\gamma$  viene dado por

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad (9)$$

con  $\beta = v/c$ . Un objeto empieza a notar las correcciones relativistas cuando la velocidad es un décimo (a veces hasta 1/100) de la velocidad de la luz. Las transformaciones anteriores se llaman **transformaciones de Lorentz**, y son básicas en la teoría de la relatividad especial y general. En el límite en el que la velocidad de la luz se hace *infinita*, esto es, cuando  $c \rightarrow \infty$ , las transformaciones de Lorentz se reducen a las transformaciones de Galileo. Las transformaciones de Lorentz se pueden escribir en términos de  $\beta, \gamma$  como sigue:

$$x' = \gamma(x - \beta ct) \quad (10)$$

$$y' = y \quad (11)$$

$$z' = z \quad (12)$$

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) \quad (13)$$

Si introducimos  $x^0 = ct$ , estas transformaciones adoptan un aspecto simétrico en el tiempo y en el espacio:

$$x' = \gamma(x - \beta x^0) \quad (14)$$

$$y' = y \quad (15)$$

$$z' = z \quad (16)$$

$$x'^0 = \gamma(x^0 - \beta x) \quad (17)$$

## 1.2. Efectos relativistas

Hay una serie de consecuencias elementales derivables desde las transformaciones de Lorentz. Sin ser explícito en las demostraciones, las resumimos a continuación.

### 1.2.1. Contracción de longitudes

#### Contracción de longitudes

Un objeto en movimiento “mide” más corto respecto al sistema de referencia (observador) en reposo. Si en reposo, un objeto mide una longitud propia  $L_0$ , en movimiento aparenta una longitud igual a

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (18)$$

### 1.2.2. Dilatación del tiempo

#### Dilatación del tiempo

En la Teoría de la Relatividad Especial, el tiempo NO es universal. Depende su percepción del observador inercial. En general, los “ticks” de relojes en movimiento son más largos, es decir, el tiempo se dilata y ralentiza al acercarse a la velocidad de la luz, cuando se observa desde un observador inercial. Matemáticamente:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t \quad (19)$$

### 1.2.3. Relatividad de la simultaneidad

#### Relatividad de la simultaneidad

En Relatividad especial, sucesos que son simultáneos en un sistema de referencia, no son generalmente simultáneos en otros. Matemáticamente:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - \beta c \Delta t) \quad (20)$$

$$\Delta y' = \Delta y \quad (21)$$

$$\Delta z' = \Delta z \quad (22)$$

$$c \Delta t' = \gamma(c \Delta t - \beta \Delta x) \quad (23)$$

luego si en un sistema de referencia  $\Delta t = 0$ , se ve que  $\Delta t' \neq 0$  en otro en general.

### 1.2.4. Adición de velocidades relativistas

#### Ley de adición de velocidades en relatividad especial

En Relatividad Especial, las velocidades se suman no linealmente, de forma que la velocidad de luz es la velocidad máxima de las señales de información. Supongamos un observador en reposo A y un objeto móvil B respecto de B con velocidad  $v_1$  relativa al observador en reposo y una velocidad  $v_2$  relativa al observador en movimiento. Matemáticamente, si nos restringimos a un movimiento en una dimensión, la ley de adición dice que el observador en A observa una velocidad relativa igual a

$$V = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} \quad (24)$$

Esta ecuación no es la forma más general de ley de composición de velocidades relativista  $\mathbf{v}$ .

### Ley general de composición de velocidades relativista

Si un cuerpo se mueve a velocidad  $\mathbf{v}$  respecto de un referencial  $S$ , y este referencial se mueve con velocidad  $\mathbf{V}$  respecto de otro referencial  $S'$ , entonces visto desde el referencial  $S'$ , la velocidad relativa  $\mathbf{v}'$  vista desde  $S'$  resultará ser

$$\mathbf{v}' = \frac{\mathbf{v}_{\parallel} + \gamma^{-1}(V)\mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{V}}{1 + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{V}}{c^2}} \quad (25)$$

En el caso habitual (más general) en el que el movimiento de los referenciales es paralelo,  $\mathbf{v}_{\perp} = 0$ , y se tiene que con  $\mathbf{v}_{\parallel} = v$  la velocidad relativa vista desde  $S'$  es

$$\mathbf{v}' = \frac{\mathbf{v} + \mathbf{V}}{1 + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{V}}{c^2}} \quad (26)$$

### 1.2.5. Momento y energía relativistas

#### Momento relativista

El momento relativista no es lineal respecto de la velocidad, sino que adopta la expresión general

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (27)$$

#### Energía relativista

La energía relativista se define como la expresión formal

$$E = Mc^2 = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (28)$$

La energía en reposo es  $E_0 = mc^2$ , y la energía relativista se define como

$$E_k = E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (29)$$

Cuando la velocidad es pequeña respecto de la luz, la energía cinética relativista es aproximadamente

$$E_k \approx \frac{1}{2}mv^2 + O\left(\frac{v^4}{c^4}\right) \approx \frac{1}{2}mv^2$$

A veces se define la masa no invariante o masa relativista como la expresión

$$M = \gamma m = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (30)$$

### Relación energía-momento-masa

La energía, el momento y la masa relativistas están relacionados por la expresión pitagórica siguiente:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (31)$$

donde  $E$ ,  $p$  son la masa y el momento relativistas dados por  $E = Mc^2$ , y  $p = Mv$ .

### Relación $\beta - \gamma$

Los parámetros  $\beta$ ,  $\gamma$  están relacionados mediante las expresiones siguientes:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta^2 = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \quad (32)$$

en donde

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{ó} \quad \beta = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} \quad (33)$$

Para un fotón o cualquier otra partícula sin masa, la energía es  $E = pc$ , y la longitud de onda se relaciona con la energía mediante  $E = hc/\lambda$ , equivalentemente  $\lambda = hc/E$ , y donde  $h$  es la constante de Planck.

### 1.2.6. Transformaciones de los campos electromagnéticos

Los campos electromagnéticos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  también se transforman bajo transformaciones de Lorentz generales.

#### Transformaciones de $\mathbf{E}$ y $c\mathbf{B}$ en SR

En general, un campo eléctrico puro o magnético puro da lugar a un campo eléctrico o un campo magnético mixto, i.e., la transformación de Lorentz más general de un campo eléctrico o magnético puros los transforma en una combinación lineal (mezcla) de campos eléctricos y magnéticos. El par  $(\mathbf{E}, c\mathbf{B})$ , en un sistema de referencia  $S$  cambia a unos valores en otro sistema de referencia inercial  $S'$  como sigue

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \gamma(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times c\mathbf{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma + 1} \boldsymbol{\beta} (\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{E}) \\ c\mathbf{B}' &= \gamma(c\mathbf{B} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma + 1} \boldsymbol{\beta} (\boldsymbol{\beta} \cdot c\mathbf{B}) \end{aligned} \quad (34)$$

en donde  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$  y  $\gamma = \gamma(v)$ . Hay dos invariantes estándar en electromagnetismo:  $\mathbf{E} \cdot c\mathbf{B}$ , y  $\mathbf{E}^2 - (c\mathbf{B})^2$ . Así, un campo eléctrico puro satisface  $\mathbf{E}^2 - (c\mathbf{B})^2 = \mathbf{E}^2 > 0$ , y no puede transformarse en uno magnético puro porque  $\mathbf{E}^2 - (c\mathbf{B})^2 = -(c\mathbf{B})^2 < 0$ , y viceversa.

#### Ciclotrón relativista

Si un ciclotrón no relativista tenía período y radios dados por  $T = 2\pi m/qB$  y  $R = p/qB = mv/qB$ , un ciclotrón relativista en el que  $B \perp v$  tendrá período y radio dados por las expresiones siguientes

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{qB} \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & R &= \frac{v}{qB} \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \quad (35)$$

### 1.2.7. Espacio-tiempo y Mom-energía

La relatividad especial se comprende mejor en un contexto matemático multidimensional. El espacio y el tiempo forman una unión llamada espacio-tiempo, y el momento y energía una unión llamada momenergía.

#### Espacio-tiempo

En Relatividad Especial, un suceso es un vector en un espacio de 4-dimensiones, con  $x_0 = x_4 = ct$ :

$$X = (\vec{r}, ct) = (\vec{r}, x^0) = X^\mu e_\mu \quad (36)$$

Esto admite una generalización a un espacio de D-dimensiones, con s-dimensiones espaciales, y t-dimensiones espaciales:

$$X = (\vec{r}, \vec{cT}) = X^\mu e_\mu + c_{(v)} T^\nu e_\nu \quad (37)$$

Invariante en relatividad especial 4D: el tiempo propio  $\tau$ , definido bajo la relación

$$X \cdot X = X^\mu X_\mu = -c^2 \tau^2 \quad (38)$$

#### Momenergía

En Relatividad Especial, energía, masa y momento están relacionados mediante el cuadrimento

$$P = \left( \vec{p}, \frac{E}{c} \right) = (\vec{p}, p_0) \quad (39)$$

y donde  $p_0 = \frac{E}{c}$ , donde  $E = m\gamma c^2$  y  $\vec{p} = m\gamma \vec{v}$ . El cuadrado de la momenergía es proporcional a la denominada masa invariante o masa “en reposo” de una partícula o sistema

$$P \cdot P = P^\mu P_\mu = -m^2 c^2 \quad (40)$$

## 2. Física cuántica

### 2.1. La hipótesis de Planck

La hipótesis cuántica de Planck no es más que la extensión a la energía de la teoría atómica o cinético-molecular. Planck, para resolver el problema del cuerpo negro, postuló que la energía electromagnética está cuantizada o cuantificada. Esto es, toda energía es siempre múltiplo de una unidad o cuanto elemental. Matemáticamente, se expresa como sigue:

#### Hipótesis de Planck

La energía es siempre un múltiplo entero de un valor mínimo o cuanto elemental dado por

$$E = hf = \hbar\omega \quad (41)$$

con lo que  $E = nhf = n\hbar\omega$ , para  $n \in \mathbb{Z}^+$ , i.e.,  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ . Aquí,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

La hipótesis cuántica permitió a Max Planck derivar la ley correcta para la densidad espectral del cuerpo negro (cuerpo caliente que emite radiación electromagnética), de forma que se lograba obtener la ley de Stefan-Boltzmann y la ley de Rayleigh-Jeans bajo un mismo marco común más general.

### Ley de Rayleigh-Jeans

La radiancia espectral  $R_T(\omega)$ , potencia emitida por unidad de área superficial e intervalo unidad de frecuencia angular, de un cuerpo negro a bajas frecuencias viene dada por la expresión

$$R_T(\omega) = \frac{\omega^2 k_B T}{(2\pi c)^2} = \frac{k_B T}{\lambda^2} \quad (42)$$

donde  $\lambda = 2\pi c/\omega$ .

### Ley de Stefan-Boltzmann

Un cuerpo negro emite una potencia emisiva en  $W/m^2$  que es directamente proporcional a la cuarta potencia de la temperatura. Matemáticamente:

$$I = \frac{P}{S} = E_{BB} = \sigma T^4 \quad (43)$$

y donde la constante de Stefan-Boltzmann es  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ , teniendo su origen cuántico microscópico en la expresión:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = \frac{12\pi k_B^4 \zeta(4)}{c^2 h^3} = \frac{\pi^2 k_B^4}{60c^2 \hbar^3} = \frac{3k_B^4 \zeta(4)}{2\pi^2 c^2 \hbar^3} \quad (44)$$

La intensidad de la luz emitida por un cuerpo negro, considerando que la radiación está cuantizada, viene dada por la ley de Planck del cuerpo negro siguiente:

### Ley de Planck del cuerpo negro

Un cuerpo negro emite una intensidad  $I(\nu, T)$  que depende de la frecuencia y la temperatura de acuerdo a la expresión de Planck siguiente:

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (45)$$

o en términos de la magnitud radiancia espectral

$$R_T(\omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi c}\right)^2 \frac{\hbar\omega/k_B T}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} k_B T \quad (46)$$

Además, se tiene que integrando a todas las frecuencias, la radiancia espectral, da la ley de Stefan-Boltzmann. Esto es,

$$R_T(T) = \frac{P}{S} = I(T) = \int_0^\infty R_T(\omega) d\omega = \sigma T^4 \quad (47)$$



## Ley de Wien

La ley del desplazamiento de Wien o simplemente ley de Wien establece la relación que existe entre el pico de emisividad en la ley de Planck del cuerpo negro y el inverso de la temperatura. Matemáticamente establece que

$$\lambda_p = \frac{hc}{k_B T \left( W\left(-\frac{5}{e^5}\right) + 5 \right)} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{T} \quad (48)$$

donde  $W(z)$  es la función  $W$  de Lambert y  $e$  es el número  $e$ .

## Ley de Kirchhoff

La ley del desplazamiento de Kirchhoff sobre la relación entre la potencia emisiva de dos cuerpos,  $I_1$  e  $I_2$ , y el poder de absorción  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  de sus superficies a la misma temperatura:

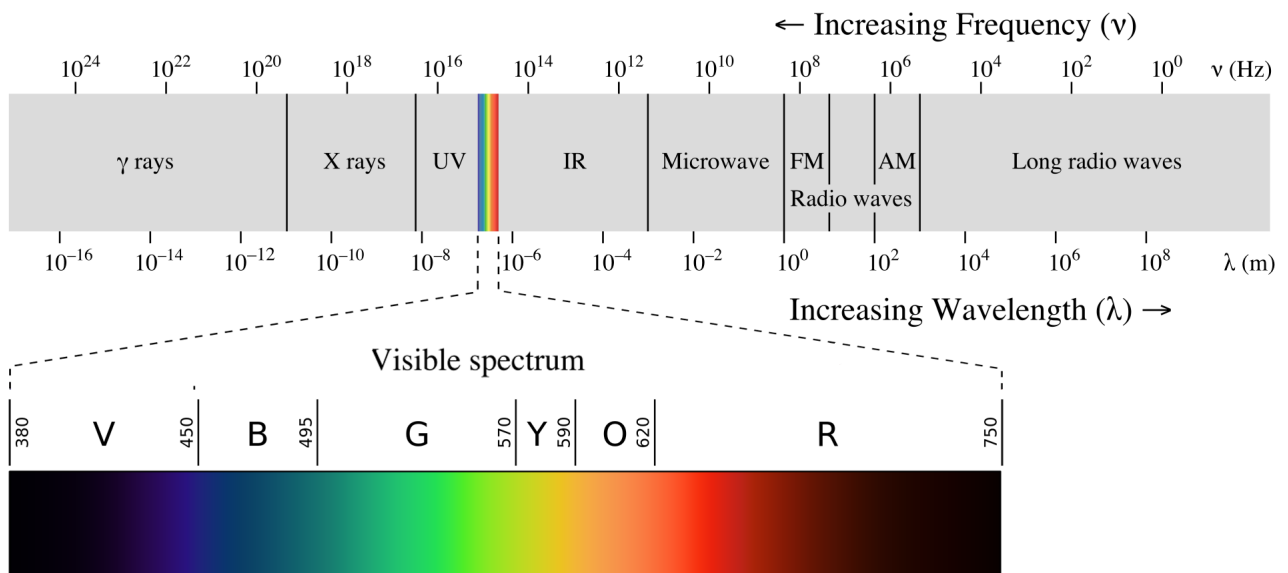
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (49)$$

La distribución espectral de la potencia emisiva por cada longitud de onda viene dada por la expresión:

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left( e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \right)} \quad (50)$$

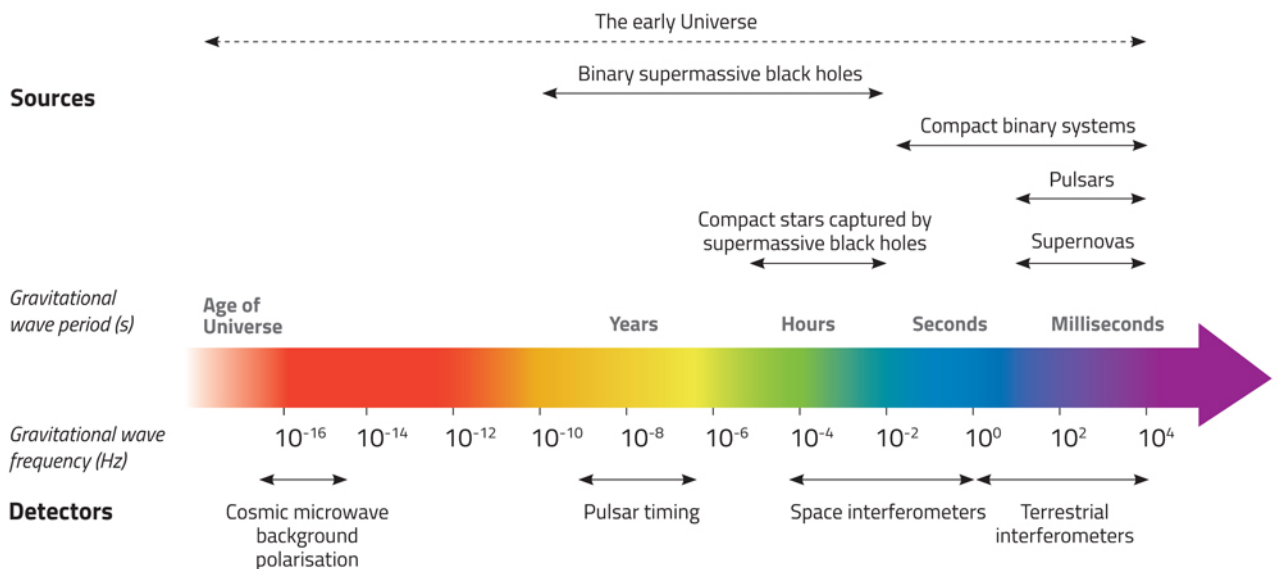
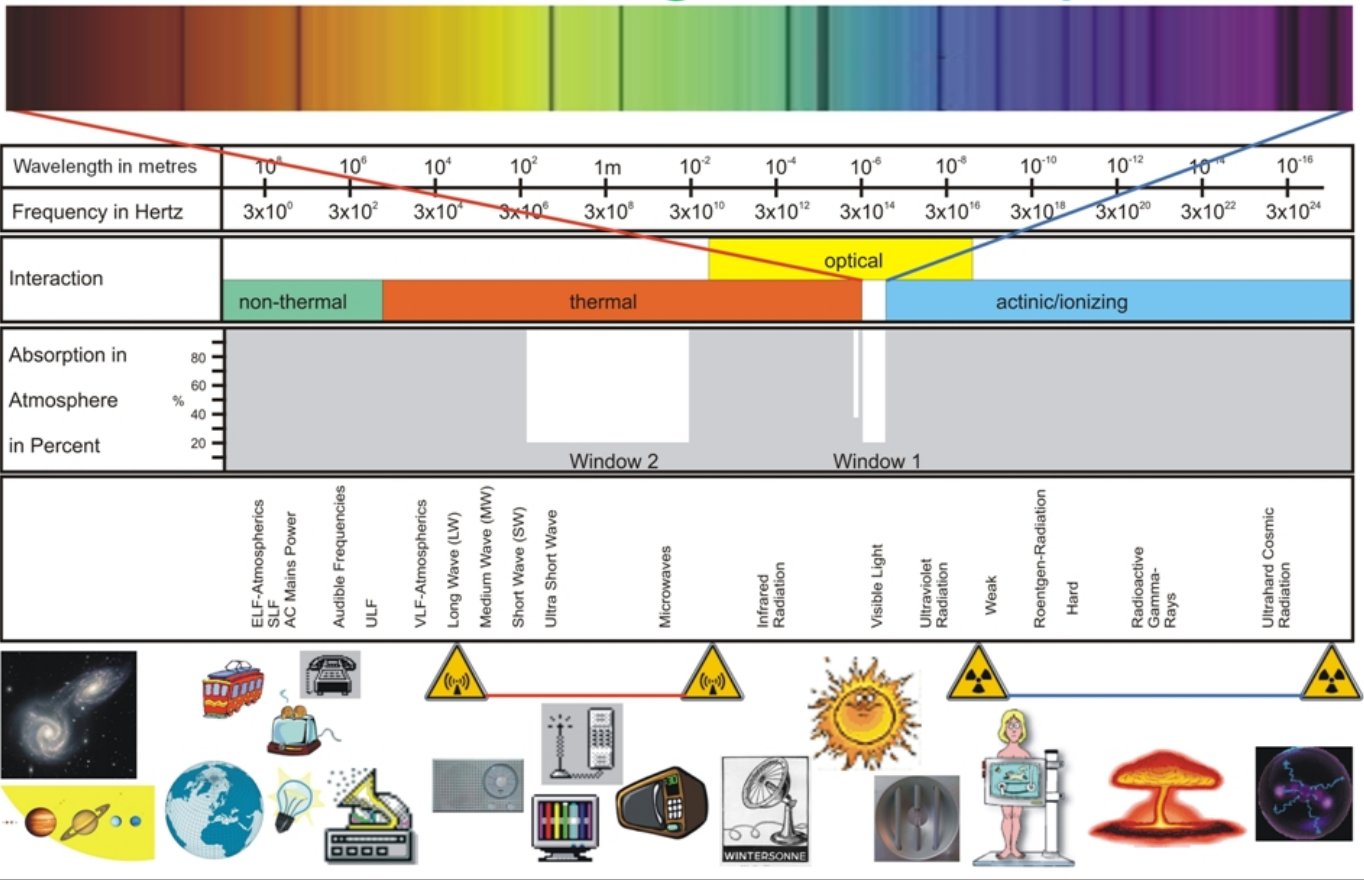
## 2.2. Espectro electromagnético

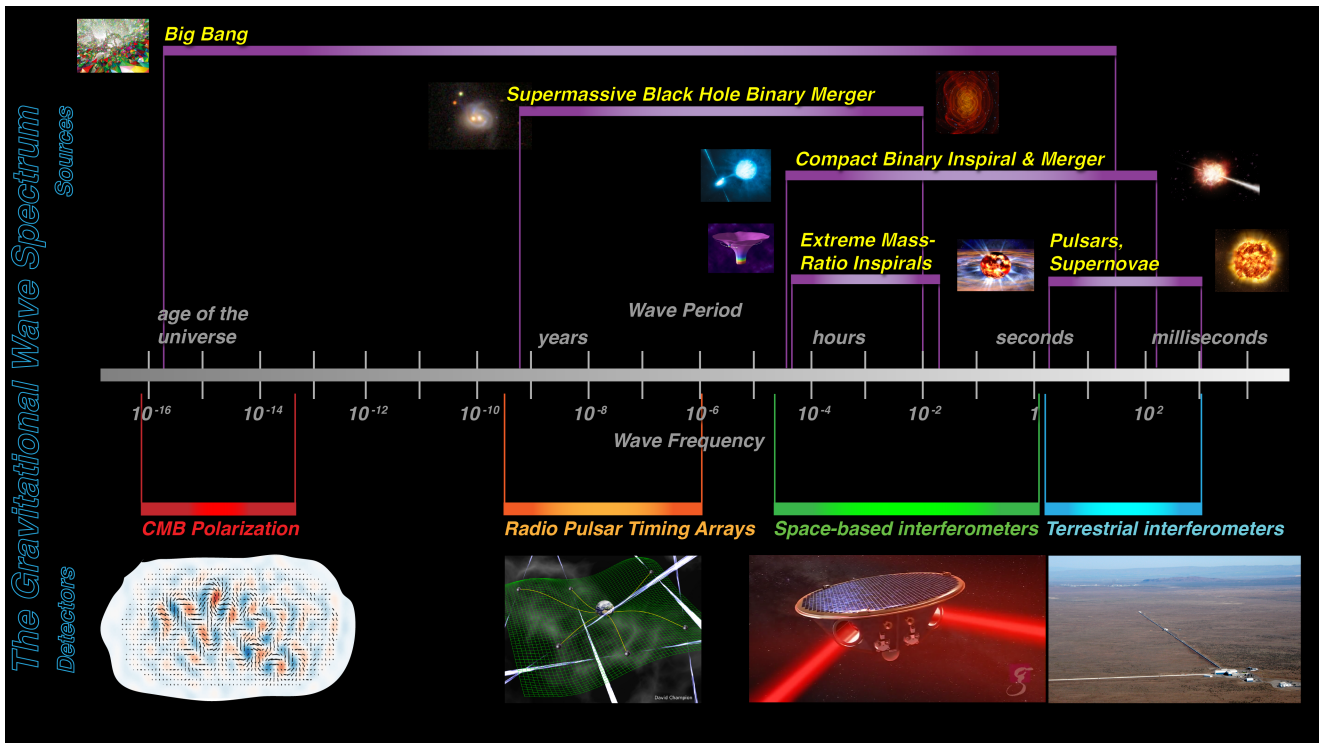
El conjunto de todas las posibles radiaciones (como partículas u ondas) de todas las frecuencias o longitudes de onda, se denomina espectro electromagnético.



Existe un espectro equivalente para la radiación gravitacional, denominado espectro gravitacional, que generalmente se define como el conjunto de períodos (no de longitudes de onda, pero están relacionados) y frecuencias de las ondas y partículas de gravitación (gravitones). Una comparación es como sigue:

# The Electromagnetic Spectrum





### 2.3. Dualidad onda-partícula

Louis de Broglie, mediante las ideas de la relatividad y la hipótesis cuántica, derivó una relación entre energía y momento para cualquier longitud de onda de la forma siguiente:

#### Dualidad: longitud de de Broglie y microscopio electrónico

La longitud de onda de de Broglie de cualquier partícula de momento  $p$  viene dada por la expresión

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{Mv} = \frac{h}{\gamma mv} = \frac{h}{mv} \sqrt{1 - \beta^2} \approx \frac{h}{mv} \quad (51)$$

donde la aproximación última es válida en el régimen no relativista. Para una partícula general, se tiene que  $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ , de donde

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - (mc^2)^2}} = \frac{hc}{\sqrt{E_k(E_k + 2E_0)}} = \frac{hc}{\sqrt{2E_0E_k \left(1 + \frac{E_k}{2E_0}\right)}} = \frac{hc}{\sqrt{2E_0q\Delta V \left(1 + \frac{q\Delta V}{2E_0}\right)}} \quad (52)$$

y donde  $E = E_k + E_0$ ,  $E_0 = mc^2$ . Vemos que para  $m = 0$  recupera el resultado del fotón  $E = hc/\lambda$ ,  $\lambda = hc/E$ . Para una partícula no relativista se puede escribir la longitud de de Broglie en función de la energía cinética, ya que  $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ , con lo que  $p = \sqrt{2mE_k}$ , y

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m(-\Delta E_p)}} = \frac{h}{\sqrt{2mq\Delta V}} \quad (53)$$

Hemos usado el teorema de conservación  $\Delta E_k = -\Delta E_p = -q\Delta V$ , y evaluado esta última expresión para una carga negativa, pero puede hacerse la evaluación para toda carga en general. Además, se llama longitud de onda de Compton a la longitud de onda de un fotón que iguala la longitud de onda asociada a la energía en reposo de la partícula, es decir:

$$\lambda_C = \frac{hc}{E_0} = \frac{hc}{mc^2} = \frac{h}{mc} \quad (54)$$

## 2.4. Principio de indeterminación

Heisenberg, usando la teoría de matrices, se dio cuenta de que la descripción ondulatoria de la materia implicaba que había variables que no podían observarse simultáneamente con precisión arbitraria. En síntesis:

### Principio de indeterminación de Heisenberg

Para cualquier par de variables “conjugadas”, dimensionalmente con producto de acción, la indeterminación de estas magnitudes no puede conocerse con precisión arbitraria sino que

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle| \quad (55)$$

Dos casos particulares importantes de esta relación de indeterminación con la indeterminación de posición y momento y la de energía y tiempo

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad (56)$$

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2} \quad (57)$$

Los objetos cuánticos son en general funciones de onda  $\Psi \in \mathbb{C}$ , es decir, son números complejos. Una función de onda  $\Psi$  es una amplitud de probabilidad sin significado físico más allá de la información que codifica de un sistema. El módulo  $|\Psi|^2 = \bar{\Psi}\Psi$  es interpretado como una probabilidad en la interpretación de Copenhague. Esta interpretación estadística se debe a Max Born (no confundirle con Bohr, Bohm o Max Planck). Las funciones de onda satisfacen la ecuación de Schrödinger en Mecánica Cuántica no relativista (imagen de Schrödinger) o la ecuación de Dirac en Mecánica Cuántica relativista.

### Ecuación de Schrödinger

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \Psi = E\Psi \leftrightarrow H\Psi = E\Psi \quad (58)$$

### Ecuación de Dirac

$$\left( i\hbar\gamma^\mu \partial_\mu - e\gamma^\mu A_\mu - mc \right) \Psi = \left( i\gamma^\mu D_\mu - \frac{mc}{\hbar} \right) \Psi = 0 \quad (59)$$

La ecuación de Dirac describe el comportamiento de fermiones de espín 1/2, y predice la existencia de antimateria, materia con la misma masa que la materia normal pero carga opuesta. Existen generalizaciones de las ecuaciones de campo para otros espines (las ecuaciones de Maxwell o las ecuaciones de Yang-Mills en general son las ecuaciones para fotones sin masa, y la ecuación de Proca es su versión masiva), con espín 3/2 o espín 2, o espín 0, con masa y sin masa, y también ecuaciones complicadas para partículas con espín arbitrario. Por otra parte, hay versiones generalizadas del principio de incertidumbre más generales o extendidas, llamadas GUP, EUP o EGUP.

## 2.5. Efecto fotoeléctrico

Una aplicación importante de la teoría o hipótesis cuántica es la explicación del efecto fotoeléctrico. El efecto fotoeléctrico es el fenómeno mediante el cual un metal o sustancia emite electrones o corriente eléctrica cuando le incide luz (radiación electromagnética). Este efecto fue explicado por Einstein en 1905 usando la hipótesis cuántica y la conservación de la energía, lo que le valió un premio Nobel, dado que hasta entonces nadie había explicado ese fenómeno. La física ondulatoria proporcionaba resultados erróneos.

## Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

Cuando se incide radiación electromagnética con frecuencia  $f$ , longitud de onda  $\lambda = c/f$ , sobre un metal o material electrónicamente denso, se cumple la relación

$$hf = hf_0 + \frac{1}{2}mv^2 \leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + E_c(max) \quad (60)$$

y donde  $hf_0 = W_e$  es el trabajo de extracción del metal (particular para cada metal),  $f_0$  y  $\lambda_0$  son la frecuencia y longitud de onda umbral. Para que exista efecto fotoeléctrico,  $f \geq f_0$  ó  $\lambda \leq \lambda_0$ . La energía cinética máxima de los electrones es

$$E_c(max) = \frac{1}{2}mv^2 = hf - hf_0 = h(f - f_0) \quad (61)$$

y donde  $m$  es la masa del electrón. El potencial de frenado  $\Delta V = V_f$  de los electrones se define como la energía necesaria para parar los electrones eyectados por el efecto fotoeléctrico, y tiene un valor:

$$\Delta V = V_f = -\Delta E_c / (q_e) = -\frac{\Delta E_c}{-e} = \frac{E_c(max)}{e} = \frac{h(f - f_0)}{e} \quad (62)$$

donde  $q_e = e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$  es la carga del electrón en valor absoluto. El trabajo mínimo o energía mínima para extraer los electrones del metal, se llama función de trabajo  $\varphi$ , y vale precisamente  $\varphi = hf_0$ . La función de trabajo puede expresarse en voltios, dividiendo por la carga elemental, y entonces tenemos el potencial de extracción  $V_e = \varphi/e = \frac{hf_0}{e}$ , donde  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$  es de nuevo la carga elemental del electrón en valor absoluto. El efecto fotoeléctrico admite una generalización relativista especial.

## Número de fotones por unidad de tiempo y superficie

Regla SETI:

$$I = \frac{E/t}{S} = \frac{nhc}{t\lambda S}$$

de donde

$$\frac{n}{t \cdot S} = \frac{\lambda I}{hc} = \frac{I}{hf} = \frac{I}{E}$$

Un efecto relacionado con el fotoeléctrico es el efecto termoiónico:

## Efecto termoiónico

Ley de Richardson: la intensidad e corriente  $I$  emitida por unidad de superficie por un metal a temperatura  $T$  es igual a

$$I = AT^2 e^{-\frac{\phi_0}{k_B T}} \quad (63)$$

y donde  $\phi_0$  es la función de trabajo del metal.

Otro efecto relativista y cuántico es el denominado efecto Compton: es el efecto del cambio de la longitud de onda de la luz o radiación electromagnética cuando interacciona con electrones libres. Matemáticamente, se describe como sigue.

## Efecto Compton

El cambio de la longitud de onda de un fotón al interactuar con un electrón sigue la fórmula:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \varphi) \leftrightarrow \lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos \varphi) \quad (64)$$

y donde  $\varphi$  es el ángulo que forman el fotón y electrón, con  $\lambda'$  la longitud de onda final del fotón,  $\lambda$  la longitud de onda inicial y  $\lambda_C = h/mc$  es la longitud de onda de Compton. El efecto de Compton inverso también es importante en Astronomía y Astrofísica.

## Rayos X

Los rayos X son fotones de radiación electromagnética emitidos por metales cuando sobre ellos incide un haz de electrones (rayos catódicos) con muy alta energía. La frecuencia de las radiaciones de rayos X emitidas por un metal se relaciona mediante la ley de Moseley:

$$f = a(Z - b)^2 \quad (65)$$

La longitud de onda mínima de los rayos X emergentes se relaciona con el potencial  $V$  que acelera los electrones mediante la ley de Duane-Hunt

$$\lambda_{min} = \frac{ch}{q_e V} \quad (66)$$

## 2.6. Efecto Schwinger

En otra característica de la combinación de física relativista especial y teoría cuántica, es posible también la creación de pares de partículas mediante colisiones. O también, simplemente, mediante la excitación muy fuerte de los campos. Supongamos que tenemos un campo eléctrico muy fuerte o intenso, de forma que su energía potencial pueda crear un par de partículas de masa  $m$  cuando en una región cuya longitud de onda de de Broglie es  $2\lambda_C$ . Entonces:

### Efecto Schwinger eléctrico y magnético

$$W = F\Delta x = qE\Delta x = qE_S \frac{2\hbar}{mc} = 2mc^2$$

de donde

$$E_S = \frac{m^2 c^3}{q\hbar} \quad (67)$$

Para el campo magnético, como  $E = Bc$ ,

$$B_S = \frac{E_S}{c} = \frac{m^2 c^2}{q\hbar} \quad (68)$$

## Efecto Schwinger gravitacional

Para el caso gravitacional, hay un cálculo análogo, porque

$$W = F\Delta x = mg\Delta x = mg \frac{2\hbar}{mc} = 2mc^2$$

$$\boxed{g_c = \frac{mc^3}{\hbar}} \quad (69)$$

y que también puede obtenerse del electromagnético fijando  $e = m$ . Este campo gravitacional crítico también es llamado en ocasiones aceleración crítica de Caianiello.

### 3. Sección eficaz y física nuclear. Reactores

El estudio de la física atómica, pero también de la física nuclear y de partículas, lleva a introducir conceptos estadísticos y probabilísticos no deterministas. Los procesos microfísicos se caracterizan por el área de interacción, lo que lleva aparejado el concepto de **sección eficaz**. Sea un haz paralelo de neutrones (o de cualquier otro tipo de partículas), que incide sobre un blanco o lámina o punto de material que contiene  $N$  átomos o partículas por  $cm^3$  (o chocan entre sí mismas haciendo vibrar el vacío). El producto de la densidad de número de partículas por la velocidad se llama flujo

$$\phi = n \cdot v$$

y tiene unidades de  $cm^{-3} \cdot s$ . Al llegar el haz al blanco, producirá un determinado número de sucesos o interacciones, que dependerá del número de neutrones o partículas que lleguen al blanco (o sea, depende del flujo) y del número de átomos o partículas en la lámina o blanco. El número de eventos o sucesos será

$$\mathcal{N} = KNnv = KN\phi$$

por cada  $cm^3$  y cada segundo.  $K = \sigma$  es una constante llamada sección eficaz o área de interacción, microscópica. Así:

$$\mathcal{N} = \sigma Nnv = \sigma N\phi$$

Las dimensiones de  $\sigma$  son de área. Y como consideramos áreas muy pequeñas, suele usar el barn  $1barn = 10^{-24}cm^2 = 10^{-28}m^2$ . Si hubiera varios procesos, la sección eficaz es la suma de todos los subprocesos:

$$\sigma = \sum_i \sigma_i = \sum_{i=1}^M \sigma_i$$

La sección eficaz microscópica en general disminuye al aumentar la energía, aunque depende en realidad del tipo de partícula y proceso considerado. También puede definirse la sección eficaz macroscópica

$$\Sigma = N\sigma$$

y que tiene dimensiones de  $cm^{-1}$ .  $N$  es la densidad de átomos en el blanco,  $N$  es el número de átomos por centímetro cúbico, i.e., la densidad de número de átomos. Otro concepto importante es el de anchura de una desintegración. Se llama anchura a la cantidad

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

Si hay varios subprocesos, y no solamente uno, la anchura total es la suma de todas las anchuras.

En un reactor nuclear de fisión es importante el concepto de densidad neutrónica, la vida media del neutrón, y el llamado factor de multiplicación  $K$ , definido como la relación o cociente entre el número de neutrones en una generación y el número de neutrones que hubo en la generación precedente. Así si  $K > 1$  se dice que un reactor es supercrítico (aumenta la población de neutrones). Si  $K = 1$  se dice que un reactor es crítico (la población de neutrones se mantiene). Finalmente, si  $K < 1$ , la población de neutrones se reduce y estamos en un reactor subcrítico. El flujo de neutrones  $\phi_n = nv$  es una situación idealizada. Los neutrones se comportan como partículas

y tienen una distribución en velocidad. Por tanto, suele definirse el flujo total neutrónico como la integral del número de neutrones con cierta velocidad

$$\phi = \int n(v)dv$$

La densidad de neutrones o el flujo de neutrones no son constantes en ningún reactor por lo general. Para el caso de la fisión del U-235, si un reactor tiene  $N$  núcleos sometido a flujo de neutrones  $\phi$ , da un número de fisiones por segundo  $N\sigma_f\phi$ . Como para el U-235  $\sigma_f = 549\text{barn}$  y los neutrones son térmicos, la potencia por unidad de volumen es

$$P = \frac{N\sigma_f\phi}{3,3 \cdot 10^{10}}$$

en unidades de voltios por centímetro cúbico.  $3,3 \cdot 10^{10}$  son el número de fisiones por segundo para producir 1 voltio. El hecho fundamental es que para reactores de fisión no hay un límite fijo a la cantidad de energía que se puede extraer, pero el reactor puede llegar a destruirse si la velocidad de extracción del calor llega a ser inferior que la de generación del calor de fisión. Por eso es importante el sistema de refrigeración de un reactor. Hipotéticamente hablando, además, se podría usar el residuo nuclear como combustible, algo que se está investigando. También hay propuestas de reactores nucleares torio, incluso para coches o vehículos de todo tipo.

## 4. Física nuclear y de partículas

### 4.1. Modelos atómicos

- 1894. Modelo de Thomson (plum-cake model). El átomo es una esfera de radio  $r = 10^{-10}m$ , con los electrones a modo de pasas. Problema: no explica el experimento de Geiger-Marsden-Rutherford de dispersión de partículas por una lámina de oro (y otros).
- 1911. Rutherford (modelo planetario). El átomo tiene un núcleo como sol y electrones como planetas. Problema: inestabilidad y no explicación de espectros.
- 1915. Bohr (modelo semicuántico). El átomo de hidrógeno es un modelo atómico con capas y órbitas cuantizadas en energía y momento angular. Explica el átomo de hidrógeno e hidrogenoides con relativa facilidad. Problema: inconsistencia conceptual con otros experimentos posteriores y no explicación de átomos no hidrogenoides, incluso incluyendo órbitas elípticas y correcciones relativistas era insuficiente (corrección de Sommerfeld).
- De 1924 hasta la actualidad (con picos en 1931, 1949, 1971, 1995 y 2012). Modelo mecanocuántico del átomo y las partículas subatómicas. Explica todo hasta el momento: espectros, átomos complejos, moléculas. Problemas: no explicación coherente definitiva sobre el carácter cuántico de la fuerza gravitacional.

### 4.2. Tipos de desintegración radiactiva

Un núcleo o átomo queda esencialmente cuantificado con tres números (cuatro si incluyes los electrones):

- **Número atómico  $Z$** . Es el número de protones del átomo, coincide con el número de electrones si el átomo es neutro.
- **Número de neutrones  $N$** . Es el número de neutrones de un átomo.
- **Número másico  $A$** . Es el número de protones más el de neutrones de un átomo  $A = Z + N$ .
- **Número de electrones  $N_e$** . Es el número de electrones del átomo. En su estado fundamental y neutro, un átomo tiene el mismo número de protones que de electrones. En caso de un desbalance de electrones respecto al número de protones, obtenemos un átomo cargado eléctricamente (no neutro), también llamado *ion*.

Ahora unas definiciones relacionadas:

- **Iones**. Átomos o grupos de átomos que han perdido o ganado electrones. Si ganan electrones, los iones son de carga negativa y se llaman aniones. Si pierden electrones, los iones son de carga positiva o cationes.

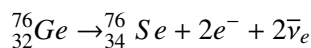
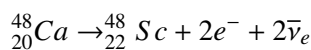


- **Isótopos.** Átomos del mismo elemento, por tanto mismo  $Z$ , mismo número de protones, pero diferente número másico y por tanto diferente número de neutrones.
- **Isótonos.** Átomos de diferentes elementos con el mismo número de neutrones.
- **Isóbaros.** Átomos de diferentes elementos con el mismo número másico.
- **Isómeros.** Átomos del mismo núcleo, que solamente difieren en energía. Es decir, son estados excitados del mismo átomo o núcleo.

Los átomos se suelen simbolizar mediante el esquema  ${}^A_ZX^{\pm n}$ , donde  $A$  es el número másico,  $Z$  el número atómico y  $n$  es la carga eléctrica del mismo (no se pone si es neutro). Además de en estado neutro, la estabilidad de un átomo se logra con la estabilidad del propio núcleo. Generalmente, salvo en los elementos más pesados, los átomos estables tienen un número de protones similar al número de neutrones. Cuando hay un desbalance o desequilibrio entre el número de protones y el de neutrones, el núcleo y el átomo suelen ser inestables, presentando el fenómeno de la *radioactividad*.

La radioactividad es el fenómeno que tiene lugar en algunos átomos cuyos núcleos están muy desbalanceados en su número  $Z$  y  $N$ . Hay átomos radiactivos de casi todos los elementos químicos. La radioactividad es un fenómeno que consiste en la emisión de partículas (fotones, neutrones y neutrinos, protones o incluso otros núcleos como partículas alfa) de un átomo, transmutándose (transformándose) en otro para lograr la estabilidad (menor energía, y un mejor balanceo de protones y neutrones). Existen 3 tipos básicos de radiactividad: alfa, beta y gamma. Luego hay dos formas menos conocidas de “radiación”, denominadas radiación delta y epsilon:

- **Radiación alfa  $\alpha$ ,** emisión de un núcleo o átomo de helio:  
 $(A, Z) \rightarrow (A - 4, Z - 2), {}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X' + {}^4_2He^{2+} + 2e^- \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X' + {}^4_2He$ .
- **Radiación beta  $\beta$ .** Hay dos tipos. Beta negativa o beta menos  $\beta^-$ , y beta positiva o beta más  $\beta^+$ . Así,  
 $\beta^- : (A, Z) \rightarrow (A, Z + 1)$ , o bien  ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}X' + e^- + \bar{\nu}_e$ .  
 La  $\beta^+$  es  $(A, Z) \rightarrow (A, Z - 1)$ , o bien  ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}X' + e^+ + \nu_e$ .  
 $e^-$  es el electrón,  $e^+$  es el positrón (antipartícula del electrón),  $\nu_e$  es el neutrino del electrón, y  $\bar{\nu}_e$  el antineutrino del electrón. Se especula con la posibilidad de las llamadas desintegraciones beta doble, solamente posibles si el neutrino es lo que se llama una partícula de Majorana (su propia antipartícula, descrita por una ecuación de Dirac modificada llamada ecuación de Majorana). En tal caso, sería posible el proceso  
 $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- (\beta\beta^{2-}0\nu_e)$ , y  $(A, Z - 2) \rightarrow (A, Z) + 2e^+ (\beta\beta^{2+}0\nu_e)$ , es decir, sería posible una desintegración beta doble sin neutrinos si el neutrino es su propia antipartícula. Este hecho se desconoce en la actualidad (así como el valor exacto de la masa de los neutrinos). Más concretamente:  
 $\beta^{--} : {}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+2}X' + 2e^-$ ,  
 para una reacción doble beta menos sin neutrino, y,  
 $\beta^{++} : {}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-2}X' + 2e^+$ ,  
 para una reacción de desintegración doble beta más sin neutrino. Aunque esta desintegración beta doble es muy rara, hay algunos núcleos que poseen ese modo de desintegración:



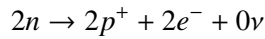
Si el neutrino es una partícula de Majorana, los dos neutrinos se autoaniquilarían y no serían detectados. Las desintegraciones beta doble sin neutrinos representan una de las fronteras de la Física Nucleare y de Física de Altas Energías y partículas elementales. Los procesos

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$2n \rightarrow 2p^+ + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$$

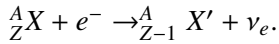
$$\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-$$

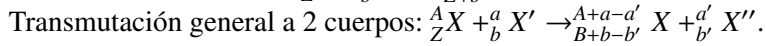
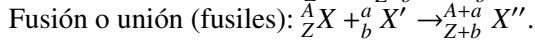
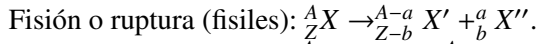


no han sido observados en la Naturaleza (violan el número leptónico), y deben ser extraordinariamente raros o imposibles en este Universo, al menos con el tiempo de vida actual del mismo.

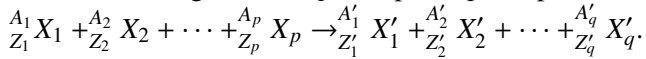
- **Reacción o radiación de captura electrónica (CE, K-capture).** Consiste en la captura de un electrón y la transmutación del átomo y núcleo asociado.



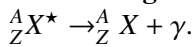
- **Reacción de fisión/fusión tipo cluster (o cúmulo).**



Transmutación general de  $p$ -cuerpos a  $q$ -cuerpos:



- **Radiación gamma** (emisión de fotones electromagnéticos de alta energía de núcleos o átomos excitados).



- **Rayos (o radiación) delta  $\delta$  ( $\Delta^-$ , *Delta - rays*).** Se trata de electrones muy energéticos arrancados de los átomos por otro tipo de radiación (ionizante). También se la llama radiación secundaria o electrones secundarios. Los electrones menos energéticos, o terciarios, constituyen la llamada radiación epsilon (o rayos epsilon).  $\Delta^- : {}^A_Z X + E \rightarrow {}^A_Z X^+ + e^-(\delta)$ . Y, también,  $\epsilon^- : {}^A_Z X + E \rightarrow {}^A_Z X^+ + e^-(\epsilon)$

### 4.3. Reacciones nucleares

La producción de energía en una reacción nuclear (de fusión o fisión principalmente), se debe a la fórmula de Einstein:

$$E = Q = \left( \sum M_i - \sum M_f \right) c^2$$

Podemos clasificar aproximadamente las reacciones nucleares según el tamaño de los blancos y “balas” incidentes en 3 tipos:

- Reacciones de bombardeo. Ejemplo:  ${}^4_2\alpha + {}^{27}_{13}Al \rightarrow n + {}^{30}_{15}P$ . Estas reacciones tienen reactivos pequeños contra blanco grande, y el resultado son productos pequeños y grandes. Son reacciones a veces endotérmicas y a veces exotérmicas.
- Reacciones de fisión. Ocurre en reacciones con reactivos pequeños contra blanco grande, dando núcleos medianos. Ejemplo:  $n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{144}_{56}Ba + {}^{89}_{36}Kr + 3n$ . Estas reacciones son exotérmicas siempre, y tienen usos comerciales y militares.
- Reacciones de fusión. Ocurre cuando los reactivos son pequeños y dan núcleos grandes o medianos. El ejemplo típico es la reacción de deuterio  ${}^2_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^3_2He + n$ . Son reacciones fuertemente exotérmicas. Las aplicaciones militares (bomba H) y comerciales (energía de fusión) son las principales aplicaciones.

Existen varias familias de desintegración de reacciones radioactivas naturales. Se llama familia o serie radiactiva a un conjunto de especies nucleares que se van obteniendo sucesivamente por desintegración radiactiva de una especie inicial hasta que se llega a una especie final estable ( $\lambda = 0$ ). Las series son:

- Serie del torio. Tipo de familia  $A = 4n$ . Cabeza de familia:  ${}^{232}_{90}Th$ . Especie final estable  ${}^{208}_{82}Pb$ .
- Serie del neptunio. Tipo de familia  $A = 4n + 1$ . Cabeza de familia:  ${}^{237}_{93}Np$ . Especie final estable  ${}^{205}_{81}$ .
- Serie del uranio. Tipo de familia  $A = 4n + 2$ . Cabeza de familia:  ${}^{238}_{92}U$ . Especie final estable  ${}^{206}_{82}Pb$ .
- Serie del actinio. Tipo de familia  $A = 4n + 3$ . Cabeza de familia:  ${}^{235}_{92}U$ , pasando por el actinio  ${}^{227}_{89}Ac$ . Especie final estable:  ${}^{207}_{82}Pb$ .

#### 4.4. Ley de desintegración

##### Ley de desintegración radioactiva

El número de átomos o núcleos radioactivos que quedan tras un tiempo  $t$  sigue una ley exponencial del tipo

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-t/T_{1/2}} \quad (70)$$

en donde  $N_0$  es el número inicial de núcleos o átomos, y  $T_{1/2}$  es el denominado período o tiempo de semidesintegración.  $\lambda$  se llama constante radioactiva (es igual a cero para núcleos o partículas estables) y sus unidades son  $s^{-1}$ . El período de semidesintegración es el tiempo necesario para que el número de átomos o núcleos de la muestra se reduzca a la mitad, y el inverso de la constante radioactiva se llama semivida o vida media  $\tau$ :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 \quad (71)$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (72)$$

La ley de desintegración también puede ponerse en función de la masa, dada la relación entre el número de átomos o núcleos y la misma usando la constante de Avogadro y el número de moles:  $n = \frac{m}{MM}$ , luego como  $N = nN_A = \frac{mN_A}{MM}$ , se tiene también que

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t} = m_0 2^{-t/T_{1/2}} \quad (73)$$

para  $m = \frac{MMN}{N_A}$  y  $m_0 = \frac{MMN_0}{N_A}$ ,  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

#### 4.5. Defecto de masa y energía de ligadura

Sea un núcleo  $(A, Z)$  con número atómico  $Z$  y número másico  $A = Z + N$ . En un proceso químico nuclear, en el que se libera energía, se llama defecto de masa de masa del núcleo o átomo a la diferencia:

##### Defecto de masa nuclear

$$\Delta m = (N \cdot m_N + Z \cdot m_P + n_e m_e) - m_{\text{núcleo}} \simeq Nm_N + Zm_P - m_n \quad (74)$$

en donde  $m_N$  es la masa del neutrón,  $m_P$  es la masa del protón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $n_e$  es el número de electrones y  $m_n$  es la masa del núcleo.

##### Energía de ligadura por nucleón

Se llama energía de ligadura por nucleón de un átomo o núcleo a la cantidad

$$B = \frac{\Delta mc^2}{A} \quad (75)$$

Experimentalmente, la densidad de un núcleo permanece constante a partir de cierto  $A$ . Eso puede explicarse con un modelo sencillo denominado modelo de la gota líquida. Si la densidad nuclear permanece constante para diferentes nucleidos, eso implica que el tamaño del núcleo varía aproximadamente como una función del número másico de la siguiente forma:

$$r = r_0 A^{1/3} \quad (76)$$

donde  $r_0$  es del orden de femtómetros o fermis.

## 4.6. Actividad

La rapidez con la que un núcleo, átomo o partícula se desintegra se llama *actividad*. Matemáticamente:

### Actividad

Se llama actividad a la derivada del número de átomos respecto del tiempo en valor absoluto:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 2^{-t/T_{1/2}} \quad (77)$$

Las unidades de la actividad son los becquerel (Bq) o los curios (Ci).  $1 Bq = 1 s^{-1} = 3,7 \cdot 10^{10} Ci$ .

## 5. Física de partículas y Cosmología

### 5.1. Física de partículas

En la actualidad, circa 2020, la materia y 3 de sus interacciones están descritas por una teoría cuántica de campos (relativista especial) denominada Modelo Estándar (ME). El ME describe a la materia conocida en dos tipos de partículas (fermiones): leptones y quarks. Las partículas de fuerza (electromagnética, interacción nuclear débil e interacción nuclear fuerte) son bosones (o bosones de gauge portadores de fuerza o interacciones). Los fermiones del ME se agrupan en 3 familias o generaciones, cuya única diferencia son los valores de las masas:

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (78)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (79)$$

Los bosones del ME son el fotón  $\gamma$ , 8 gluones  $g$ , los bosones masivos intermedios de la interacción débil  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$ , y el bosón de Higgs  $H_0$ , que es el denominado “dador de masa” de las partículas elementales. El ME se describe mediante el formalismo de una teoría gauge en la que se introduce la ruptura espontánea de simetría para cierto sector del lagrangiano e interacciones de Yukawa:

$$L_{SM} = L_f + L_g + L_Y + L_H \quad (80)$$

donde

$$L_f = \sum i\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu\Psi \quad (81)$$

$$L_b = L_{gauge} = -\frac{1}{4} \sum F_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} \quad (82)$$

$$L_Y = Y\phi\bar{\Psi}\Psi \quad (83)$$

$$L_H = |D\phi|^2 - V_H(\phi) \quad V_H = -m^2\phi^2 + \lambda\phi^4 \quad (84)$$

El ME es una teoría de campos cuántica local gauge de tipo Yang-Mills con grupo gauge  $G = SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1)_Y$ . La gravedad no está descrita por el ME, y no hay teoría cuántica del gravitón en este framework. Teorías cuánticas de la gravedad han sido propuestas: teoría de cuerdas o supercuerdas, teoría M (F,S,...), loop quantum gravity, y otras variantes exóticas.

En el mundo cuántico subatómico hay montones de partículas. Hay fermiones y bosones. Hay hadrones y leptones. Los hadrones pueden ser bariones y mesones. Ejemplos de bariones: el protón,  $\Lambda$ ,  $\Omega$ ,... Ejemplos de mesones: piones, etas,...

## 5.2. Cosmología

El Universo a gran escala está descrito por la teoría localmente relativista especial denominada Relatividad General. Las ecuaciones de campo de esta teoría vienen dadas por las ecuaciones de campo de Einstein

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (85)$$

Estas ecuaciones describen la gravedad como curvatura del espacio-tiempo, afectada por la energía y el momento, así como una posible componente intrínseca denominada constante cosmológica  $\Lambda$ . El Universo a gran escala se puede describir por una métrica de tipo homogénea e isótropa denominada métrica de Friedmann-Robertson-Walker. Esta métrica describe la expansión del espacio (espacio-tiempo) mediante un factor de escala. El universo en expansión puede describirse mediante la denominada ley de Hubble:  $v = H(z)d(z)$ . Para objetos no muy lejanos, el parámetro de Hubble es aproximadamente constante, y su valor en el momento actual se denomina constante o parámetro de Hubble en el tiempo actual. Los datos actuales sugieren que de  $v = H_0 d$ , se puede inferir un valor de

### Ley de Hubble y constante de Hubble $H_0$

$$v = H_0 d \quad (86)$$

si

$$H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc} \quad (87)$$

La constante de Hubble permite determinar la edad del Universo  $t_U$ , el radio del Universo  $R_U$ , la llamada densidad crítica  $\rho_c$ , y la masa (crítica) del Universo  $m_U$ .

### Constante de Hubble $H_0$ y parámetros cósmicos

Igualando energía cinética y gravitacional

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mH_0^2 R^2 = G_N \frac{Mm}{R} = G_N \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_c m = \frac{4}{3}\pi G_N m \rho R^2 \quad (88)$$

Y de aquí trivialmente se obtienen las ecuaciones:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G_N} \quad (89)$$

$$t_U = \frac{1}{H_0} \quad (90)$$

$$R_U = \frac{c}{H_0} = ct_U \quad (91)$$

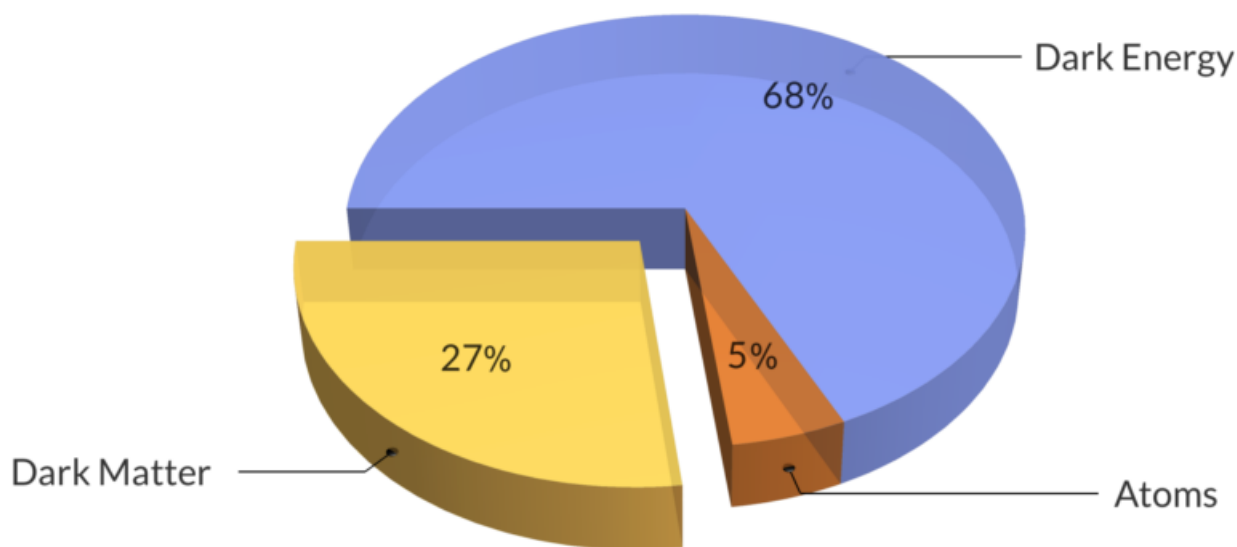
$$M_U = \rho_U V_U = \rho_c \frac{4}{3}\pi R_U^3 = \frac{c^3}{2G_N H_0} \quad (92)$$

$$E_U = M_U c^2 = \frac{c^5}{2G_N H_0} \quad (93)$$

La constante cosmológica  $\Lambda$  se interpreta como la energía del vacío en muchas ocasiones, pero puede ser algo totalmente diferente, ya que es un término de presión en las ecuaciones de campo y podría no ser constante en realidad, sino una forma de energía exótica derivada de algún tipo particular de campo. Con esta generalización, el término cosmológico se denomina energía oscura. La energía oscura puede ser un campo de quintaesencia, la constante cosmológica, energía fantasma y otras clases de substancia.

En la actualidad, el Modelo Cosmológico Estándar sugiere que el Universo a gran escala está descrito por 3 principales componentes: la materia y energía normal del ME forma solamente el 5 % del Universo conocido.

El 25 % es alguna forma de materia no incluida en el ME, denominada materia oscura, y el 70 % restante debe ser energía oscura. Los datos actuales apuntan a que la energía oscura se comporta muy aproximadamente como se esperaría de la constante cosmológica (un campo cuya densidad de energía es constante en todo el espacio y en todo tiempo). Esto plantea un conflicto, porque si bien este modelo cosmológico estándar, denominado *ΛCDM* ó *ΛCDM*, describe las observaciones muy bien, no arroja pistas sobre la naturaleza de la energía o materia oscuras. Además, el valor de la constante cosmológica, relacionado con la densidad de energía del vacío, es no nulo, positivo (antigravita por así decirlo) y tiene un valor 122 órdenes de magnitud más grande que los cálculos de la densidad de energía proporcionados por los modelos teóricos de Teorías Cuánticas de Campos gauge locales usuales.



### Ecuaciones de Friedmann

Si el Universo se supone homogéneo e isótropo a grandes escalas, se satisfacen las ecuaciones de Friedmann

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho - \kappa \frac{c^2}{R} + \frac{\Lambda}{3} \quad (94)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}G_N\rho + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (95)$$

y donde  $R(t)$  es el denominado factor de escala,  $\Lambda$  la constante cosmológica,  $\kappa$  el parámetro de curvatura,  $c$  la velocidad de la luz,  $G_N$  la constante gravitacional de Newton, y  $\rho$  es la densidad. La densidad de energía del vacío se define como

$$\rho_\Lambda = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G_N} \quad (96)$$

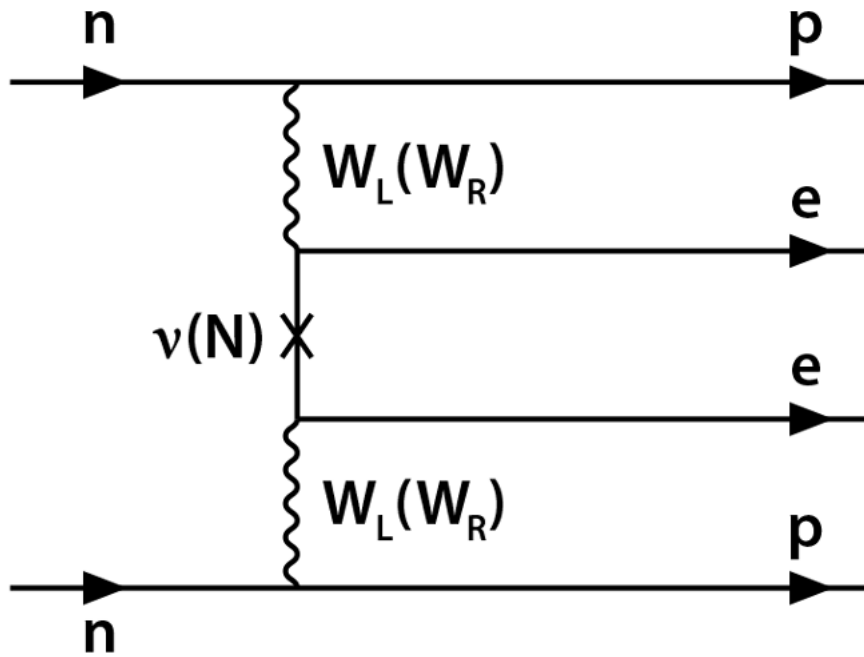
y la composición del Universo se mide con las fracciones de energía relativas a la densidad crítica, denominadas  $\Omega_i$ . En general, la conservación de la energía implica que

$$\Omega_B + \Omega_{DM} + \Omega_\Lambda + \Omega_r + \dots = 1$$

y la constante cosmológica es un caso especial de fluido cósmico, llamado en general energía oscura, dado por la ecuación politrópica  $P = \omega\rho$ , siendo  $\omega = -1$  para la constante cosmológica.

El misterio del neutrino es otra pieza sin resolver. Hoy sabemos que al menos uno de los neutrinos activos es masivo. Pero no sabemos exactamente la masa de los neutrinos. Tampoco sabemos si el neutrino es su propia antipartícula (fermión real de Majorana). Además, sospechamos que la asimetría bariónica podría estar generada por los neutrinos sin ser partículas de Majorana. Debe, además, haber un fondo cósmico de neutrinos similar al

de fotones en microondas. Su temperatura aproximada es de 1.945 kelvin si el Modelo Estándar es válido a suficientemente alta energía (que sabemos no puede ser totalmente cierto). La existencia de neutrinos de Majorana implicaría la existencia de desintegraciones beta doble sin neutrinos y violaciones del número leptónico (y por extensión, derivaría en violaciones del número bariónico).



Doctor Who?

# ϱΔΞΘΣΠΧΚΙΟ

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\heartsuit\heartsuit\rangle + |\spadesuit\spadesuit\rangle) \quad \oint_{\partial\Sigma} \Theta = \int_{\Sigma} d\Theta$$

