

# Ejercicios de Física

JFGH

## Índice

1. Ejercicios de repaso (I): vectores y Mecánica	2
2. Ejercicios de repaso (II): M.A.S.	6
3. Gravitación (I)	8
4. Gravitación (II): opcionales	16
5. Campo eléctrico	18
6. Campo magnético	21
7. Inducción electromagnética	26
8. Ondas	29
9. Óptica geométrica	33
10. Óptica (II): instrumentos ópticos	37
11. Física relativista	40
12. Física cuántica	41
13. Física nuclear y de partículas	46

# 1. Ejercicios de repaso (I): vectores y Mecánica

1) En un lanzamiento vertical, desde la superficie de la Tierra, se lanza un objeto con velocidad inicial  $V_0$ . Calcula:

- a) La altura máxima que alcanza.
- b) El tiempo en volver al suelo.

Se desprecian los rozamientos.

$$R: h = V_0^2/g. t = 2V_0/g.$$

2) Una pelota pequeña de masa 20 gramos, llega con velocidad constante al extremo de una mesa horizontal y cae a 30 cm de su borde. Calcula:

- a) La velocidad que tenía cuando salió de la mesa.
- b) La velocidad que tiene en el momento de llegar al suelo (en formato vectorial).
- c) La energía cinética de la pelota en el momento de llevar al suelo.
- d) ¿Se ha conservado la energía mecánica? Razona la respuesta.

3) Sean los vectores siguientes:

$$\vec{A} = 2\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{B} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{C} = \vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$$

Calcula:

- a) Vectores unitarios a cada uno de esos vectores, y sus cosenos directores.
- b) El ángulo formado entre cada par de vectores.
- c)  $2\vec{A} \times 3\vec{B}$ ,  $2\vec{A} \times \vec{C}$ ,  $\vec{B} \times \vec{C}$ .

4) Halla el momento angular y lineal de una partícula de masa 200 g que tiene por vector de posición:

$$\vec{r}(t) = 3\vec{i} - 0,01t\vec{j} + t^2\vec{k}$$

¿Dependen del tiempo? Halla la fuerza y el momento o torque que actúan sobre la partícula.

5) El vector de posición de una partícula viene dada por:

$$\vec{r}(t) = 2t^2\vec{i} + (2t + 1)\vec{j} + 2\vec{k}$$

Determine:

- a) La posición en  $t=0$ ,  $t=1$ ,  $t=2$ ,  $t=3$  y  $t=4$  segundos.

- b) La ecuación de la trayectoria.
- c) La velocidad y la aceleración en cualquier instante.

6) Si el vector de posición de una partícula viene dado por:

$$\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + t^2\vec{j} - 5\vec{k}$$

Calcule:

- a) El desplazamiento entre  $t=1$  y  $t=4$  segundos.
- b) La velocidad instantánea y la velocidad media en el intervalo del apartado a). ¿Son iguales?
- c) La aceleración instantánea.

7) Si el vector de posición de una partícula viene dado por:

$$\vec{r}(t) = 2\vec{i} - t^3\vec{j} + 2t^2\vec{k}$$

Determine:

- a) Tipo de movimiento.
- b) Velocidad y aceleración instantáneas.
- c) Velocidad y aceleración iniciales.
- d) Momento y fuerza experimentada por la partícula si tiene una masa de 100 g.
- e) El momento angular respecto al origen en el instante inicial.
- f) El momento o torque respecto al origen experimentado por la partícula en el instante inicial.

8) Un cuerpo se mueve en el eje X mediante la ecuación:

$$x(t) = 2t^3 + 5t^2 + 5 \text{ en unidades del S.I.}$$

Determine: a) el vector velocidad y aceleración instantáneas, b) las componentes intrínsecas de la aceleración.

9) El vector de posición de un móvil es  $\vec{r} = 2t\vec{i} + t^2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Determine:

- a) La velocidad y aceleración instantáneas.
- b) La velocidad y aceleración en el instante inicial y en  $t=2$  s.
- c) La componentes intrínsecas de la aceleración.

10) Dado el vector velocidad  $\vec{v} = (3, 2t, 0) = 3\vec{i} + 2t\vec{j}$  determine:

- a) Posición de la partícula si  $\vec{r}_0 = \vec{j} - 2\vec{k}$
- b) Aceleración de la partícula.

11) Dado el vector aceleración  $\vec{a} = (2, 4, 6) = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \text{ m/s}^2$ , determine:

- a) La posición instantánea si en el momento inicial estaba en reposo en el

origen de coordenadas.

b) La posición instantánea si en  $t=1$  s tenía una velocidad de  $(2,2,1)$  y en el instante inicial tenía una posición igual al vector  $\vec{r}_0 = 2\vec{i} - \vec{k}$ .

12) Un móvil se desplaza con trayectoria circular, de radio 60 cm, con una aceleración angular de  $\alpha = 2\pi/3 \text{ rad/s}^2$ . Si cuando el cronómetro indica 1 segundo, su posición es de 60 grados en la circunferencia y su rapidez es nula, halla la ecuación del ángulo en función del tiempo.

13) Un móvil realiza un movimiento circular de forma que el ángulo en función del tiempo viene dado por la expresión:

$$\varphi = 3t^3 + 2$$

El radio de la circunferencia que describe es de 3 m. Determine:

- a) La rapidez angular  $\omega(t)$ .
- b) La aceleración angular.
- c) La aceleración tangencial.

14) Desde la boca de un pozo de 20 m de profundidad se lanza verticalmente y hacia arriba una piedra con velocidad de 10 m/s. Determina:

- a) El tiempo que tarda en llegar al fondo del pozo.
- b) El tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.
- c) El tiempo que tardaremos en escuchar el sonido del impacto con el fondo si el sonido se mueve a velocidad de 340m/s.

15) Suponiendo que la Tierra es esférica y gira sobre su eje con período de 24 horas, determina:

- a) La velocidad de rotación de la Tierra angular y lineal sobre el ecuador.
- b) La velocidad de rotación de la Tierra, angular y lineal, sobre un punto de latitud  $L = \varphi$ , indicando sus valores para el polo y para un punto de latitud 45 grados.

16) La rapidez angular de una rueda disminuye de forma uniforme desde 1000 r.p.m. hasta 500 r.p.m. en 10 s. Determine:

- a) Vueltas dadas en esos 10 segundos.
- b) Distancia recorrida en los 10 s por un punto a 50 cm del eje de giro.
- c) Tiempo requerido para detenerse en estas condiciones.

17) Un proyectil de 2 g de masa sale de la boca de un arma con una rapidez de 300 m/s. La fuerza que actúa sobre él mientras estaba en el cañón

es igual a  $F = 400 - 400000t/3$  newtons. Calcule:

- a) Tiempo para que el proyectil recorra el cañón.
- b) Longitud del cañón.

18) Se quiere determinar el coeficiente de rozamiento de una caja con un tablón. Se observa que al inclinar el tablón, la caja empieza a deslizar cuando la inclinación del tablón es de 28 grados. Halla el coeficiente de rozamiento de la caja con el tablón.

19) Se deja en libertad un cuerpo de 4 kg de masa en un plano inclinado de 30 grados y de altura 5 m. Llega a la base con velocidad de 8m/s. Determinar el coeficiente de rozamiento y el valor de la fuerza que debemos hacer en dirección perpendicular al plano para que llegue a la base con velocidad de 2 m/s.

20) Un cuerpo de 2 kg de masa se lanza con rapidez de 6 m/s desde la base de un plano inclinado de 5 m de longitud y 3 m de altura. Si el coeficiente de rozamiento es de 0.6, calcula:

- a) Altura máxima que alcanza.
- b) Si baja o no.
- c) En caso de que baje, el tiempo necesario para llegar de nuevo a la base.

21) Determinar las ecuaciones de movimiento de la máquina de Atwood simple.

22) (Opcional) Determinar las ecuaciones de movimiento de la máquina de Atwood doble.

23) (Opcional) Determinar la velocidad instantánea en función del tiempo para una partícula cuya aceleración es proporcional a la rapidez del vehículo, i.e.,  $a = -kv$ . Esta clase de fuerza se usa para propulsar colchones o hovercrafts, y también es la resultante de ciertos frenados de paracaídas o movimientos en fluidos viscosos. Determina la expresión para  $v(t)$  en función de la velocidad inicial y el tiempo.

24) (Opcional) La aceleración de un móvil, tangencial, es  $a_t = kv^2$ . Determina:

- a) La velocidad instantánea.
- b) La posición instantánea.
- c) Repite a) y b) si  $a_t = Kv^n$ , con  $n > 2$ .

25) Determinar la mínima rapidez de una masa  $M$  que hace falta para que ésta realice un “loop” o rizo circular de radio  $R$  en la Tierra.

26) Un coche de 2 toneladas toma una curva de 20 m de radio y 30 grados de peralte. Determinar la rapidez con la que podrá tomar la curva en los siguientes casos: a) no hay rozamiento, b) hay un rozamiento de valor  $\mu = 0,2$ .

27) Un móvil tiene una masa de 2 kg y se desplaza según la trayectoria:  $\vec{r} = 2t\vec{j} + 3\vec{k} = (0, 2t, 3)$  en unidades del S.I.

a) Determine su momento angular o cinético respecto el origen y comente el resultado.

b) ¿Es constante?

28) Determine la expresión para el momento angular de una partícula que realiza un MCU.

29) Un cuerpo de 0.2 kg se desplaza con velocidad de  $\vec{v} = 2t\vec{i} + t\vec{j} + \vec{k} \text{ m/s}$ . Sabiendo que en el instante inicial se encontraba en el origen, determine el momento de la fuerza respecto del origen.

30) Una partícula se mueve en el plano XY bajo la acción de la fuerza:

$$\vec{F} = y^2\vec{i} - xy\vec{j}$$

a) Indique si la fuerza es conservativa.

b) Determine el trabajo necesario para llevar a la partícula del origen al origen, en los siguientes pasos:

b.1)  $OA = (0,3)$ , b.2)  $AB = (2,0)$ , b.3)  $BO = (-2,-3)$ .

31) Halle el trabajo realizado por la fuerza

$$\vec{F} = x\vec{i} + yz\vec{j} + 2\vec{k}$$

cuando aplica sobre una partícula de masa  $m$  a lo largo de la curva:

$x = 2t, y = t^3, z = 3t^2$ , desde el punto  $A(0,0,0)$  hasta el punto  $B(2,1,3)$ .

Indica si la fuerza es conservativa. Indica si la fuerza es central.

32) Una persona arrastra un trineo con una cuerda, de forma que hay un ángulo de 30 grados con la horizontal, y recorre una distancia de 5m. Si la tensión de la cuerda es de 200 N, halla el trabajo realizado.

33) DAd el coste del consume energético mensual de una plancha de 1200 W que funciona 5 horas por semana. Suponed que el kWh cuesta 0.5 euros.

34) Un cuerpo de 4 kg de masa. Determina el trabajo resultante entre los instantes  $t=1$  s y  $t=2$  s si el vector de posición vale:

$$\vec{r}(t) = \frac{t^3}{3}\vec{i} + 2\vec{j} + (t - 1)\vec{k}$$

¿Hay una forma sola de hacerlo o varias?

35) Desde lo alto de una esfera (o bien de una semiesfera) se desliza un cuerpo, sin rozamiento, de masa M. Determinar la velocidad en el momento que se separa de la esfera (o bien de la semiesfera), y el punto en el que se separa.

## 2. Ejercicios de repaso (II): M.A.S.

1) Una masa M oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se agrega otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0.5Hz. Determine:

- El valor de la masa M y de la constante recuperadora k del muelle.
- El valor de la magnitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

2) Un oscilador armónico está formado por un muelle de masa despreciable y una masa en el extremo de valor 40 g. Tiene un período de 2 segundos.

- Indique cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle igual al primero, para que la frecuencia se duplique.
- Si la amplitud de las oscilaciones en ambos casos es de 10 cm, indique el valor en cada caso de la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa.

3) Un muelle cuya constante de elasticidad es k está unido a una masa puntual de valor m. Separando la masa de su posición de equilibrio, empieza a oscilar. Determine:

- El valor del período de las oscilaciones T y su frecuencia angular  $\omega$ .
- Las expresiones de las energías cinéticas, potencial y mecánica en función de la amplitud y la elongación del sistema.

4) Una partícula realiza un MAS cuyo período es de 1 s. Sabiendo que en  $t=0$ s su elongación es 0.70 cm y su velocidad es 4.39 cm/s, calcular:

- a) La amplitud y la fase inicial.
- b) La máxima aceleración y la ecuación del MAS.

5) Una masa de 2kg está unida a un muelle horizontal de constante recuperadora  $k=10$ N/m. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio ( $x=0$ ) y se deja oscilar en libertad. Determinar:

- a) La expresión de la posición de la masa en función del tiempo.
- b) Los módulos de la velocidad en función del tiempo y de la aceleración en función del tiempo.
- c) La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria.
- d) La energía mecánica total del sistema.

6) Un bloque de 50 g, conectado a un muelle de constante elástica 35 N/m, oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 4 cm. Cuando el bloque se encuentra a 1 cm de su posición de equilibrio, calcula:

- a) La fuerza ejercida sobre el bloque.
- b) La aceleración del bloque.
- c) La energía potencial elástica del sistema.
- d) La velocidad del bloque.

7) a) Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza 5 cm, ¿de qué magnitudes del sistema depende la relación entre dicho desplazamiento y la aceleración de la gravedad?

b) Calcule el período de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal, sin rozamiento.

8) Una partícula oscila con un MAS según el eje Y, en torno al origen de coordenadas, originando una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20m/s, y tiene amplitud de 0.02 m con frecuencia de 10 Hz. Calcule:

- a) El período y la longitud de onda.
- b) La expresión matemática de la onda armónica.

9) Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante  $k=65$  N/m, forma un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, determine:

- a) La velocidad de la oscilación en función de la elongación.
- b) La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación

es nula.

c) La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima.

d) La energía cinética y la potencial elástica cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a  $13m/s^2$ .

10) a) Determine la constante elástica de un muelle,  $k$ , si sabemos que al aplicar una fuerza de  $0.75\text{ N}$  se alarga  $2.5\text{ cm}$  respecto a su posición de equilibrio. Halla las dimensiones de  $k$ .

b) Uniendo al muelle anterior un cuerpo de masa  $1.5\text{ kg}$ , tenemos un sistema elástico que oscila libremente en una superficie horizontal sin rozamiento. Sabiendo que en  $t = 0$  el cuerpo se encuentra en la posición de máximo desplazamiento respecto la posición de equilibrio, calcule:

b.1) La expresión matemática de la elongación en función del tiempo.

b.2) La velocidad y la aceleración máximas.

b.3) Las energías cinética y potencial cuando el cuerpo se halla a  $15\text{ cm}$  de la posición de equilibrio.

11) Un objeto de  $2.5\text{ kg}$  está unido a un muelle horizontal y realiza un MAS sobre una superficie horizontal sin rozamiento, con una amplitud de  $5\text{ cm}$  y una frecuencia de  $3.3\text{ Hz}$ . Determine:

a) El período del movimiento y la constante elástica del muelle.

b) La velocidad y la aceleración máximas.

### 3. Gravitación (I)

1) El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio, la posición más próxima, el cometa está a  $8,75 \cdot 10^7\text{ km}$  del Sol y en el afelio está a  $5,26 \cdot 10^9\text{ km}$ . Calcule:

a) En qué punto tendrá mayor velocidad y en cuál mayor aceleración.

b) En qué punto tendrá mayor energía potencial y en cuál mayor energía mecánica.

2) Se coloca un satélite meteorológico de  $1\text{ tonelada}$  en órbita circular a  $300\text{ km}$  sobre la superficie de la Tierra. Determinar:

a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el período orbital.

b) El trabajo necesario para poner en órbita el satélite.

3) a) Indique la condición que debe cumplir una fuerza para ser conser-

vativa.

b) Poner un ejemplo de campo de fuerzas conservativo y demuestre que cumple la condición anterior.

4) La nave espacial Discovery, lanzada en Octubre de 1998, describe una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7.62 km/s.

a) Halle la altura y el radio orbital.

b) Halle el período y frecuencia orbital. ¿Cuántos amaneceres vería un observador en la Discovery cada 24 horas?

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

5) a) Enuncie la primera y la segunda ley de Kepler del movimiento planetario.

b) Compruebe que la segunda ley de Kepler es una caso particular de la ley de conservación del momento angular.

6) Se pone en órbita un satélite artificial de 600kg una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcule:

a) El aumento de la energía potencial del satélite.

b) La energía adicional que hay que suministrar para que escape de la acción del campo gravitacional terrestre desde dicha órbita.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

7) a) Calcule la frecuencia angular  $\omega$  necesaria para que un satélite de comunicaciones, en órbita ecuatorial, se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra.

b) Halle la altura sobre la superficie terrestre a la que se debe encontrar el satélite citado en el apartado anterior.

Datos:  $g = 9,8 m/s^2$ ,  $R_T = 6370 km$ .

8) Un satélite artificial de 200 kg gira en órbita circular a una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averiguar:

a) La velocidad del satélite.

b) Su energía mecánica.

Datos:  $g_0 = 9,8 m/s^2$ ,  $R_T = 6370 km$

10) En el movimiento circular de un satélite en torno a la Tierra, determine:

- a) La expresión de la energía cinética en función de la masa del satélite y de la Tierra, y del radio de la órbita.  
 b) La relación que existe entre su energía mecánica y su energía potencial.

11) Dos satélites artificiales de la Tierra,  $S_1$  y  $S_2$ , describen órbitas circulares en un sistema de referencia geocéntrico y son coplanares, con radios orbitales 8000km y 9034 km, respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado.

- a) Halle la relación entre las velocidades orbitales de los satélites.  
 b) Halle la relación existente entre los períodos orbitales de ambos satélites. Indique la posición del satélite  $S_2$  cuando el satélite  $S_1$  halla completado 6 vueltas desde el instante inicial.

R:  $v_1/v_2 = 1,06$ , b)  $T_1/T_2 = 0,916$

12) Un proyectil de masa 10 kg se dispara verticalmente desde la superficie de la Tierra con velocidad de 3200 m/s.

- a) Halle la máxima energía potencial que adquiere.  
 b) Halle en qué posición alcanza dicha energía.

R: a)  $-5,73 \cdot 10^8 J$ , b) 6940km.

13) Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es de  $6m/s^2$ . Calcule:

- a) Su densidad media.  
 b) La velocidad de escape para un objeto en la superficie del planeta.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$

14) La velocidad angular de un satélite en órbita circular alrededor de Venus es  $\omega_1 = 1,45 \cdot 10^{-4} rad/s$ , y su momento angular respecto al centro de la órbita es de  $L = 2,2 \cdot 10^{12} kgm^2/s$ .

- a) Determine el radio de la órbita del satélite y su masa.  
 b) Determine la energía necesaria para cambiar a otra órbita con velocidad angular  $\omega_2 = 10^{-4} rad/s$ .

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$

$M_V = 4,87 \cdot 10^{24} kg$

R: a) 25 millones de metros, b) 24.5 kg, c) 53 millones de julios.

15) Se pretende colocar un satélite artificial geostacionario. Halle:

- a) La altura sobre la superficie a la que hay que colocar el satélite.  
 b) El radio orbital correspondiente y su velocidad orbital.  
 c) La relación entre la energía que hay que suministrar a dicho satélite des-

de el momento de lanzamiento en la superficie para colocarlo en órbita y la energía mínima de escape.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

16) Suponiendo un planeta esférico que tiene un radio la mitad del radio terrestre e igual densidad a la terrestre, calcule:

- La aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.
- La velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta, si la velocidad de escape desde la superficie terrestre es de 11.2 km/s.

Dato:  $g_0 = 9,8 m/s^2$

17) Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En el afelio su distancia al sol es de  $6,99 \cdot 10^{10} m$  y su velocidad orbital es de  $3,88 \cdot 10^4 m/s$ , siendo su distancia al sol en el perihelio de  $4,60 \cdot 10^{10} m$ .

- Calcule la velocidad orbital de Mercurio en el perihelio.
- Calcule las energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio.
- Calcule el módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio.
- De las magnitudes calculadas en los apartados anteriores, decir cuáles son iguales en el afelio.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} kg$ ,  $M_M = 3,18 \cdot 10^{23} kg$ .

18) El planeta Vegeta (Sadala) tiene una aceleración de la gravedad 10 veces la terrestre. Calcular la masa y radio del planeta Vegeta (Sadala) en los siguientes casos:

- La densidad del planeta es igual a la densidad de la Tierra.
- La densidad del planeta es el doble de la densidad de la Tierra.
- La densidad del planeta es 10 veces la densidad de la Tierra.
- En los casos a) b) y c), hallar la velocidad de escape en función de la velocidad de escape de la Tierra.

19) En el planeta de Kaito, hay una aceleración de la gravedad igual a 10 veces la gravedad terrestre. Hallar la densidad del planeta de Kaito y su masa, en los siguientes casos:

- Radio de 31.5 metros.
- Radio de 3150 metros.
- Radio de 3150 km.

Hallar la velocidad de escape del planeta de Kaito en los tres casos y comentar los resultados.

20) Un agujero negro estacionario es un objeto cuya velocidad de escape es igual a la velocidad de la luz,  $c$ .

- a) Hallar el radio un agujero negro en función de la masa  $M$ , la velocidad de la luz y la constante gravitacional  $G$ .
- b) Hallar la gravedad superficial de un agujero negro, suponiendo válida la expresión newtoniana.
- c) Hallar la densidad media de un agujero negro, suponiendo ésta constante y uniforme, en función de la masa  $M$ ,  $G$ , y  $c$ .
- d) Calcular la masa y radio de un agujero negro cuya densidad media es similar a la del agua. Comentar el resultado.
- e) Calcular la densidad crítica de un agujero negro cuya masa sea igual a la de la Tierra.

21) a) Define las superficies equipotenciales de un campo de fuerza conservativo.

- b) Describe la forma de las superficies equipotenciales del campo eléctrico de una carga puntual y de una masa puntual.
- c) Describe la relación geométrica entre las líneas de fuerza de un campo conservativo y las superficies equipotenciales.
- d) Indique un ejemplo de campo de fuerzas conservativo y uno no conservativo.

22) a) Defina fuerza central.

- b) Ponga 3 ejemplos de fuerzas centrales y uno que no lo sea.

23) Un satélite artificial de 100 kg de masa se encuentra girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de 7100 km de radio. Determinar:

- a) El período del satélite.
- b) El momento lineal y la velocidad.
- c) El momento angular y la velocidad areolar.
- d) La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarse desde la superficie de la Tierra hasta dicha posición.
- e) Las energías cinéticas y potencial del satélite.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{kg}$ ,  $R_T = 6370 \text{km}$ .

24) Plutón describe una órbita elíptica alrededor del sol. Indique para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio o en el perihelio:

- a) Momento angular respecto a la posición del sol.
- b) Momento lineal.
- c) Energía potencial.

d) Energía mecánica.

25) La luz solar tarda 8.31 minutos en llegar a la Tierra y 6.01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas descritas por la Tierra y Venus son circulares, determine:

a) El período orbital de Venus en torno al Sol sabiendo que el de la Tierra son 365.25 días.

b) La velocidad con que se desplaza Venus en su órbita, y la velocidad orbital de la Tierra.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .  
 $c = 300000 km/s$ .

26) Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es de  $6.2 m/s^2$ . Calcule:

a) La densidad media del planeta y la velocidad de escape en su superficie, comparando sus valores con los terrestres.

b) La velocidad que hay que comunicar a un objeto de 50 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo, de forma que su período sea 2 horas.

Dato:  $g_0 = 9,8 m/s^2$ ,  $R_T = 6370 km$ .

27) a) Deducir las expresiones de la energía cinética de un satélite en órbita circular alrededor de un planeta en función del radio orbital, y de las masas del satélite y del planeta.

b) Demostrar que la energía mecánica de un satélite es la mitad de su energía potencial orbital.

28) Un satélite artificial de la Tierra de 100 kg de masa se pone en órbita circular a una altura de 655 km. Calcular:

a) El período orbital.

b) La energía mecánica del satélite.

c) El módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.

d) El cociente entre los valores de los campos gravitacionales terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

29) Las estrellas enanas blancas y las estrellas de neutrones son objetos compactos degenerados subproductos de la evolución de algunas estrellas. La masa máxima de una enana blanca es 1.4 masas solares, y la de una estrella de neutrones, 3 masas solares. a) El radio de una estrella enana blanca es 7000 km, y el de una estrella de neutrones es de 10 km. Hallar sus densidades

medias para 1.4 masas solares (enana blanca) y 3 masas solares (estrella de neutrones).

b) Hallar el radio de la estrella de neutrones si su densidad es igual a la de un núcleo atómico. Comparar esta densidad con la densidad del agua, del sol y de un agujero negro crítico de masa terrestre (ver ejercicios anteriores).

30) Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de 400 kg de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a  $7/6$  del radio terrestre. Calcule:

a) La intensidad del campo gravitatorio en un punto de la órbita.

b) La velocidad y el período que tendrá el satélite en la órbita.

c) La energía mecánica del satélite en la órbita.

d) La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite para elevarlo desde la superficie de la tierra hasta su órbita.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

R: a)  $7.28 m/s^2$ , b) 2400 km/s, 6280 segundos, c) 14.3 GJ.

31) Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita, la energía mecánica del satélite es 4.5 GJ, y su velocidad es de 7610 m/s. Calcule:

a) El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto del centro de la Tierra.

b) El período orbital y la altura a la que se encuentra el satélite.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

32) Se lanza un satélite de 5 toneladas desde la superficie de un planeta de radio 6000 km y masa  $4 \cdot 10^{24} kg$ , con velocidad inicial de 20000 m/s en dirección hacia otro planeta del mismo radio  $R_1 = R_2$  y masa  $M_2 = 2M_1$ , siguiendo la línea recta que los une. Si la distancia entre los centros de los planetas es  $D = 4,83 \cdot 10^{10} m$ , determine:

a) La posición del punto P en donde la fuerza gravitacional sobre la nave o satélite se hace nula.

b) La energía cinética con la que llegará la nave a la superficie del segundo planeta si no frena.

33) a) Enuncie las 3 leyes de Kepler del movimiento planetario.

b) Si el radio de la órbita de la Tierra es de 150 millones de km, y el de Urano es de 2.98 terametros, calcule el período orbital de Urano.

34) Llamando  $g_0$  y  $v_0$  a la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre y al potencial gravitacional en la superficie terrestre, determine en

función del radio de la Tierra:

- a) La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad del campo gravitacional se reduce a la mitad.
- b) La altura sobre la superficie terrestre a la cual se reduce el potencial gravitacional a la mitad.

35) Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio respecto al centro de planeta. Su período de revolución es de 7.65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en órbita de 23460 km de radio. Determine:

- a) La masa de Marte.
  - b) El período de revolución de Deimos y su energía mecánica orbital.
  - c) El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.
- Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_{Fobos} = 1,1 \cdot 10^{16} kg$ ,  $M_{Deimos} = 2,4 \cdot 10^{15} kg$ .
- R: a)  $6,5 \cdot 10^{23} kg$ , b) 915,5h, -2.2 ZJ, c)  $2,5 \cdot 10^{24} Js$

36) Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la gravedad terrestre, y que el radio lunar es 0.27 el radio de la Tierra, calcule:

- a) La relación entre las densidades de la Luna y la Tierra.
- b) La relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies.
- c) ¿Dónde sería más grande el período de un péndulo de igual longitud y masa, en la superficie de la Tierra o en la superficie de la Luna?

37) Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre, de forma que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas.

- a) Indique el radio y velocidad angular en dicha órbita.
  - b) Indique la energía requerida para ponerlo en dicha órbita.
- Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

38) a) Halle la aceleración de la gravedad en un planeta cuyo radio es la mitad que el terrestre y posee la misma densidad que la de la Tierra.  
b) Determine el período de la órbita circular de un satélite situado a una altura de 400 km. respecto a la superficie del planeta.

- Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $g_0 = 9,8 m/s^2$ .
- R: a)  $4 m/s^2$ , b) 6099 s.

39) Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una

altura sobre la superficie terrestre de 1.5 radios terrestres. Determine:

a) El momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra.

b) La energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa misma órbita.

Datos:  $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6370 km$ .

40) Calcular el momento angular (su módulo) de un objeto de 10 toneladas respecto al centro de la Tierra en los siguientes casos:

a) Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra.

b) Realiza una órbita circular alrededor de la Tierra en el plano ecuatorial a una distancia de 600 km de su superficie.

41) Un satélite artificial de 100 kg de masa se mueve en órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad igual a 7.5 km/s. Determine:

a) El radio orbital y su energía potencial gravitacional.

b) La energía mecánica total y su período orbital.

c) La energía que habría que comunicar al satélite para que describa una órbita circular de radio doble al que posee.

## 4. Gravitación (II): opcionales

1) a) Calcular el cociente entre la fuerza eléctrica y gravitacional de dos electrones situados a la misma distancia.

b) ¿A qué distancia la fuerza de atracción gravitacional entre dos electrones es igual a la repulsión coulombiana de 2 electrones situados a un metro de distancia?

c) ¿A qué distancia la fuerza de atracción gravitacional entre dos electrones es igual a la repulsión coulombiana de 2 electrones situados a un femtómetro de distancia?

d) ¿A qué distancia debería situar a dos electrones para que su fuerza de repulsión fuera igual a su fuerza de atracción gravitacional?

Datos:  $K_C = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$   $G_N = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$

2) a) Calcular el punto de la línea que une el Sol con la Tierra donde se anula el campo gravitacional total de la Tierra y el Sol.

b) Calcular el punto de la línea que une el Sol con Júpiter donde se anula el campo gravitacional total del Sol con Júpiter.

c) Comparar el radio del sol con las distancias obtenidas en a) y b). d) Averiguar qué son los puntos de Lagrange. Comentar su utilidad. Se valora que haya detalles matemáticos, en particular la relación de dichos puntos con soluciones de ecuaciones de polinomios de diferente grado.

3) a) ¿Es el campo gravitacional lineal en la teoría de Newton de la gravedad? ¿Y en la teoría de Einstein? b) Comenta las diferencias entre las teorías gravitacionales vigentes en la actualidad.

4) a) Determina la variación del campo gravitacional de un objeto en función de la altura.

b) Determina la variación del campo gravitacional de un objeto en función de su densidad. ¿Cuál es el campo gravitacional de un punto en el centro de la Tierra, si tiene densidad uniforme?

5) a) Supongamos que un objeto tiene un campo gravitacional tan intenso que es capaz de producir partículas de masa  $M$ , energía  $E = mc^2$  a una distancia  $\lambda_C = \hbar/Mc$ . ¿Cuál sería el valor de dicho campo gravitacional si creamos dos partículas iguales a distancia  $2\lambda$ ? b) Halla el valor numérico de la solución en a) para el caso del electrón y del protón.

6) De acuerdo a la teoría cinética, las partículas relacionan su energía cinética con su temperatura de acuerdo a la relación:  $E = k_B T$ , donde  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} J/K$ . Calcula:

a) El valor de la temperatura que hay que tener para fundir un sólido, elemento convencional, en el que su energía cinética media es del orden de electrones-voltio.

b) El valor de la temperatura que hay que tener para fundir e ionizar un átomo y tener un plasma, si suponemos que la energía de los subconstituyentes atómicos es, a  $1\text{Å}$ , igual a  $10^{-16} J$  ó  $10^{-17} J$ , aproximadamente.

c) El valor de la temperatura que hay que tener para “fundir” y tener una sopa de quarks y gluones, suponiendo que se encuentran confinados a distancias de  $1\text{ fm}$  y que  $E_c D \sim \hbar c$ .

d) El valor de la temperatura necesaria para ver los constituyentes fundamentales del espacio tiempo, suponiendo éstos se hacen visibles a la longitud de Planck  $L_P^2 = G\hbar/c^3$  y que  $EL_p \sim \hbar c$ . La temperatura obtenida se llama temperatura de Planck, no ha sido alcanzada y no se sabe realmente qué pasa a esas temperaturas hipotéticas, salvo que a priori deberían hacerse físicos los grados de libertad cuánticos del espacio-tiempo.

7) a) Investiga a qué se llama “absement” (abseimiento/auseimiento), e

indica qué clase de magnitud es y sus unidades.

b) Piensa en generalizaciones de esta magnitud.

8) Se llama longitud de Planck a  $L_p = \sqrt{G\hbar/c^3}$  y masa de Planck a  $M = \sqrt{\hbar c/G_N}$ .

a) Calcula sus valores numéricos.

b) Piensa en una forma de obtener la longitud de Planck a partir del radio de Schwarzschild y la longitud de Compton.

c) Halla la energía de Planck.

d) Halla el volumen de Planck (supuesto cúbico) en 3D y la densidad de Planck, son sus unidades en el S.I.

e) Halla la carga de Planck, la potencia de Planck y la resistencia de Planck. Comenta los resultados.

## 5. Campo eléctrico

1) Dos cargas eléctricas puntuales de 2 mC y -2 mC están en el plano XY, en los puntos (0,3) y (0,-3) respectivamente, expresando las distancias en metros.

a) Hallar el campo eléctrico en el punto (0,6) y en el punto (4,0).

b) Hallar el trabajo realizado por el campo sobre un protón cuando se desplaza desde el punto (0,6) hasta el punto (4,0).

c) Hallar el potencial eléctrico en el punto (0,6) y en el punto (4,0).

Dato:  $K_C = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

2) Dos cargas puntuales e iguales de valor 2 mC cada una se hallan situadas en el plano XY en los puntos (0,5) y (0,-5) respectivamente, estando las distancias dadas en metros. Calcule:

a) El punto del plano donde se anula el campo eléctrico.

b) El trabajo necesario para transportar una carga unidad positiva desde el punto (1,0) hasta el (-1,0).

3) Los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo equilátero de 2 m de lado. Dos cargas iguales positivas de  $2\mu\text{C}$  se encuentran en A y B.

a) Hallar el campo en el punto C.

b) Hallar el potencial en el punto C.

c) Hallar el trabajo necesario para transportar una carga positiva de 5 microcoulombios desde el infinito hasta el punto C si se mantienen fijas las otras cargas.

d) Responder al apartado c) si la carga en B se sustituye por una carga de -2 microculombios.

Dato:  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2$

4) Tres cargas positivas e iguales de valor 2 microculombios se encuentran situadas en tres vértices de un cuadrado de lado 10 cm. Determine:

a) El campo eléctrico en el centro del cuadrado, haciendo un esquema gráfico del vector campo resultante.

b) Los potenciales eléctricos en los puntos medios de los lados de los cuadrados que unen las cargas y el trabajo necesario para desplazar la unidad de carga positiva entre dichos puntos.

5) Se tienen dos cargas puntuales sobre el eje X, con  $Q_1 = -0,2\mu C$  a la derecha del origen y separada  $D = 1m$  de él, y otra carga  $Q_2 = +0,4\mu C$  a la izquierda del origen y a una distancia de 2 metros.

a) Calcule en qué puntos del eje X el potencial creado por las cargas es nulo, y en qué puntos el campo es nulo.

b) Si se coloca una carga de +0.4 microculombios en el origen, determine la fuerza ejercida sobre ella por las cargas  $Q_1$  y  $Q_2$ .

6) Se tienen 3 cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero cuyas coordenadas en cm son igual a:

$A(0, 2), B(-\sqrt{3}, -1), C(\sqrt{3}, -1)$ .

Sabiendo que las cargas situadas en los puntos B y C son idénticas e iguales a 2 microculombios y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determine:

a) El valor y signo de la carga situada en el punto A.

b) El potencial en el origen de coordenadas.

7) Un electrón, con velocidad inicial de 300000m/s, dirigido en el sentido positivo del eje X, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y constante de valor igual a 6 micronewtons/C, en el sentido positivo del eje Y, determine:

a) Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el electrón.

b) La expresión de la velocidad del electrón en función del tiempo.

c) La energía cinética del electrón 1 segundo después de penetrar en el campo.

d) La variación de energía potencial experimentada por el electrón al cabo de 1 segundo de penetrar en el campo.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$

8) Dos cargas eléctricas en reposo de valores 2 microculombios y -2 microculombios se hallan situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias expresadas en metros. Determine:

- El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0).
- El potencial en el punto A, y el trabajo necesario para llevar una carga de 3 microculombios desde dicho punto hasta el origen de coordenadas.

9) Tres partículas cargadas, con cargas  $Q_1 = +2\mu C$ ,  $Q_2 = +2\mu C$  y  $Q_3$  de valor desconocido se hallan en el plano XY. Las coordenadas de los puntos en los que se encuentran las cargas son  $Q_1 : (1, 0)$ ,  $Q_2 : (-1, 0)$ ,  $Q_3 : (0, 2)$ . Todas las distancias están dadas en metros. Determine:

- El valor de  $Q_3$  para que una carga en el punto (0, 1) no experimente fuerza neta.
- En el caso anterior, el valor del potencial eléctrico resultante en el punto (0, 1) debido a las 3 cargas.

10) Una carga puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X, el potencial es igual a  $V = -120$  V, y el campo eléctrico es igual a  $\vec{E} = -80\vec{i} N/C$ , siendo  $\vec{i}$  el vector unitario en el sentido positivo del eje X. Si las coordenadas están expresadas en metros, determine:

- La posición del punto a y el valor de la carga Q.
- El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B(2,2) hasta el punto A.

11) Dos partículas con cargas de +1 microculombio y -1 microculombio están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (-1,0), y (1,0), respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

- El campo eléctrico en el punto (0,3).
- El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.
- El campo eléctrico en el punto (3,0).
- El potencial eléctrico en el punto (3,0).

12) Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X, una de valor  $Q_1$  en la posición (1,0) y otra de valor  $Q_2$  en la posición (-1,0), con las distancias expresadas en metros. Determine:

- Los valores de las cargas para que el campo en el punto (0,1) sea el vector  $\vec{E} = 2 \cdot 10^5 \vec{j} N/C$ , siendo  $\vec{j}$  el vector unitario en el sentido positivo del eje Y.

b) La relación entre las cargas  $Q_1, Q, 2$  para que el potencial eléctrico en el punto  $(2,0)$  sea cero.

13) En un pentágono regular de 1 cm de lado, se colocan cargas de 1 mC en todos sus vértices.

a) Halla el campo eléctrico en el centro del pentágono.

b) Halla el potencial eléctrico en el centro del pentágono.

14) a) Enuncie el teorema de Gauss para el campo eléctrico.

b) Deduzca el campo generado por una esfera de carga uniformemente cargada en un punto exterior de la misma, y el de un plano infinito, con densidad superficial constante, usando el teorema de Gauss.

c) Aplique el resultado b) para una esfera de radio 2 cm y  $\rho = 4C/m^3$ , y un plano con  $\sigma = 2\mu C/m^2$ .

15) Calcule la energía eléctrica total de una esfera maciza uniformemente cargada de radio  $R$  en el espacio euclídeo tridimensional, y escribe la expresión en función del radio y la densidad, pero también en función de la carga y del radio, analizando las diferencias y semejanzas de las expresiones.

## 6. Campo magnético

1) Un electrón se mueve con una velocidad de  $10^6$  m/s describe una órbita circular en el seno de un campo magnético uniforme de 0.1 T cuya dirección es perpendicular a la velocidad. Determine:

a) El valor del radio de la órbita que describe el electrón.

b) El número de vueltas que da el electrón en 1 milisegundo.

2) Un solenoide de 200 vueltas y de sección circular de diámetro 8 cm se encuentra situado en un campo magnético uniforme de valor 0.5 T cuya dirección forma un ángulo de 60 grados con el eje central del solenoide. Si en un tiempo de 100 ms disminuye el valor del campo magnético uniformemente a cero, determine:

a) El flujo magnético que atraviesa inicialmente el solenoide.

b) La f.e.m. inducida en dicho solenoide.

3) Una partícula de carga  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ , se mueve en un campo magnético uniforme de valor 0.2 T, describiendo una circunferencia en un plano perpendicular a la dirección del campo magnético con período de 320

ns y velocidad de  $3,8 \cdot 10^6 m/s$ . Calcule:

- a) El radio de la circunferencia descrita.
- b) La masa de la partícula.

4) Por un conductor recto e infinitamente largo, situado en el eje X, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del eje X. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de  $3 \cdot 10^{-5} T$  en el punto de coordenadas  $P(0, -d_P, 0)$  y es de  $4 \cdot 10^{-5} T$  en el punto  $Q(0, +d_Q, 0)$ . Sabiendo que  $d_P + d_Q = 7 cm$ , determine:

- a) La intensidad que circula por el hilo conductor.
- b) Valor y dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas  $(0, 6 cm, 0)$ .

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} NA^{-2}$

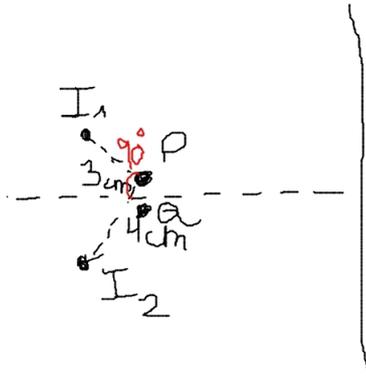
5) Una bobina de sección circular gira alrededor de uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme de dirección perpendicular al eje de giro. Sabiendo que el valor máximo de la f.e.m. inducida es de 50 V cuando la frecuencia es de 60 Hz, determine el valor máximo de la f.e.m. inducida:

- a) Si la frecuencia es de 180 Hz en presencia del mismo campo magnético.
- b) Si la frecuencia es de 120 Hz en presencia de un campo magnético del doble de intensidad.

6) Un electrón se mueve con velocidad  $v$  en una región del espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético, ambos estacionarios. Razone si cada uno de estos campos realiza o no trabajo sobre la carga.

7) En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades  $I_1$  e  $I_2$  de sentidos hacia el lector.

- a) Determine la relación entre intensidades para que el campo magnético  $\vec{B}$  en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura.
- b) Para la relación deducida en el apartado anterior, determine la dirección del campo magnético en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos).



- 8) Un protón penetra en una región donde hay un campo magnético uniforme. Explique qué tipo de trayectoria describe el protón si su velocidad es:
- Paralela al campo.
  - Perpendicular al campo.
  - ¿Qué pasa si el protón se abandona en reposo en el campo magnético?
  - ¿En qué cambian las anteriores respuestas si en lugar de un protón fuera un electrón?

9) Una partícula de carga positiva  $q$  se mueve en la dirección del eje X con velocidad  $\vec{v} = a\vec{i}$ , y entra en una región donde hay un campo magnético constante de valor  $\vec{B} = b\vec{j}$ .

- Determine la fuerza ejercida sobre la partícula en módulo, dirección y sentido.
- Razone la trayectoria que sigue la partícula y efectúe un esquema gráfico.

10) Un solenoide con  $R = 20\Omega$  de resistencia, está formado por 500 espiras circulares de 2.5 cm de diámetro. El solenoide está situado en un campo magnético uniforme de valor 0.3T, siendo el eje del solenoide paralelo a la dirección del campo.

Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta anularse en 0.1 s, determine:

- El flujo inicial que atraviesa el solenoide y la f.e.m.
- La intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo.

11) Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z. Un protón, que se mueve a 200000 m/s se encuentra a 50 cm del conductor. Calcule el módulo de la fuerza ejercida

sobre el protón en los siguientes casos:

- a) La velocidad es perpendicular al conductor y dirigida hacia él.
- b) La velocidad es paralela al conductor.
- c) La velocidad es perpendicular a las definidas en los apartados a) y b).
- d) ¿En qué casos de los anteriores el protón ve modificada su energía cinética?

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{NA}^{-2}$

12) En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indique mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza magnética sobre una carga, en los siguientes casos:

- a) La carga es positiva y se mueve en el espacio según el eje positivo del eje Z.
- b) La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X.

13) Por un hilo conductor recto y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo define el eje Z de coordenadas, y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y a una distancia del hilo de 1 cm. Calcule el vector aceleración instantánea que experimenta el electrón si:

- a) Se encuentra en reposo.
- b) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Y.
- c) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Z.
- d) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección negativa del eje X.

14) Una partícula cargada penetra con velocidad  $\vec{v}$  una región donde se halla un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ . Determine la expresión de la fuerza ejercida sobre la partícula en los siguientes casos:

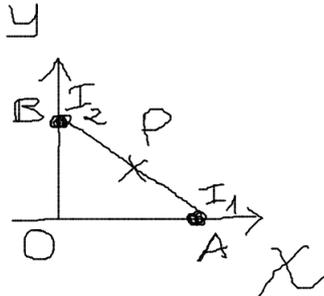
- a) La carga es negativa, la velocidad es de  $\vec{v} = v_0\vec{j}$  y el campo  $\vec{B} = -B_0\vec{k}$ .
- b) La carga es positiva, la velocidad es  $\vec{v} = v_0(\vec{j} + \vec{k})$  y el campo  $\vec{B} = B_0\vec{j}$ .

15) Dos conductores rectos, indefinidos y paralelos, perpendiculares al plano XY, pasan por los puntos A(80,0) y B(0,60) como se indica en la figura, estando las coordenadas expresadas en centímetros. Las corrientes circulan por ambos conductores en el mismo sentido, hacia fuera del plano del papel, siendo el valor de la corriente  $I_1 = 6\text{A}$ . Sabiendo que  $I_2 > I_1$ , y que el valor del campo magnético en el punto P, punto medio de la recta que une los dos conductores, es de  $B = 12 \cdot 10^{-7}\text{T}$ , determine:

- a) El valor de la corriente  $I_2$ .
- b) El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético en el origen de

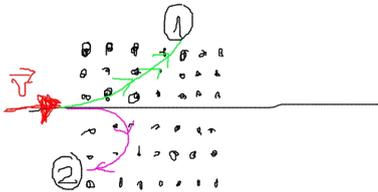
coordenadas O, usando el valor de  $I_2$  obtenido anteriormente.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$



16) La figura representa una región en la que existe un campo magnético uniforme  $B$ , cuyas líneas de campo magnético son perpendiculares al plano del papel y saliendo hacia fuera del mismo. Si entran sucesivamente tres partículas con la misma velocidad  $\vec{v}$ , y describe cada una de ellas la trayectoria indicada:

- ¿Cuál es el signo de la carga de cada una de las partículas?
- ¿Cuál de ellas tiene mayor valor absoluto  $Q/M$ ?



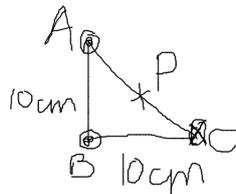
17) Un protón se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje X y penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico  $\vec{E} = 4 \cdot 10^5 \vec{k} \text{ N/C}$  y un campo magnético  $\vec{B} = -2\vec{j}$ , siendo  $\vec{k}, \vec{j}$  los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y respectivamente.

- Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese la región sin ser desviado.
- En las condiciones anteriores, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.

18) Tres hilos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, se disponen

como indica la figura (perpendiculares al plano del papel pasando por los vértices de un triángulo rectángulo). La intensidad de corriente que circula por todos ellos es de  $I=25$  A en los 3 casos, aunque el sentido del hilo C es opuesto al de los otros dos. Determine:

- El campo magnético en el punto P, punto medio del segmento AC.
- La fuerza que actúa sobre una carga positiva  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19}C$  si se encuentra en el punto P moviéndose con velocidad de 1 millón de metros por segundo perpendicular al plano del papel y con sentido hacia afuera.



Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} NA^{-2}$

- Indique el valor de la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de campo magnético eléctrico de módulo  $3,5 \cdot 10^5 N/C$  y de un campo magnético de 2 T, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe.
  - Halle el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico.

*Opcionales:*

- Determine las expresiones de las 4 ecuaciones de Maxwell en el espacio euclídeo tridimensional y enuncie el nombre de dichas ecuaciones/leyes.
- Investigue la condición de cuantización de la carga eléctrica que impone la hipotética existencia de monopolos magnéticos. ¿Qué masa mínima deben tener? ¿Cómo modifican las ecuaciones de Maxwell?
- Investigue las modificaciones de las ecuaciones de Maxwell inducida por la existencia de axiones.
- Escriba las ecuaciones de Maxwell en cualquier espacio-tiempo. Investigue la modificación de las mismas por la presencia de cargas eléctricas y magnéticas de p-branas.

5) Escriba la expresión para la energía eléctrica de carga puntual en un espacio de  $d$ -dimensiones y en un espacio-tiempo arbitrario.

6) Generalice el resultado del ejercicio anterior para cargas eléctricas de objetos extensos  $p$ -dimensionales, membranas  $p$ -dimensionales, llamadas también  $p$ -branas.

## 7. Inducción electromagnética

1) a) Defina qué es y cómo funciona un transformador, explicando su utilidad en el transporte de energía eléctrica.

b) Si el primario de un transformador tiene 1200 espiras, y el secundario 100, indica la tensión del primero para que el secundario tenga tensión de 6V.

2) Explique cómo se puede producir en una espira de área  $S$  una corriente alterna mediante un campo magnético  $\vec{B}$ .

3) Una bobina circular de 30 vueltas y radio 4 cm, se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión  $\vec{B} = 0,01t + 0,04t^2$ , donde  $t$  está expresado en segundos y  $B$  en teslas. Calcule:

a) El flujo magnético a través de la bobina en función del tiempo  $\phi_B(t)$ .

b) La f.e.m. inducida en la bobina en  $t = 5s$ .

4) Un campo magnético uniforme y constante de 0.01 T está dirigido a lo largo del eje Z. Una espira circular se encuentra situada en el plano XY, centrada en el origen, y tiene un radio que varía en función del tiempo según la función  $r = 0,1 - 10t$ . Determinar:

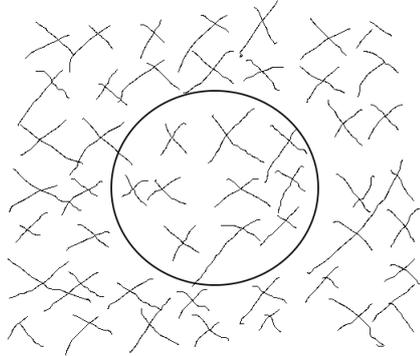
a) La expresión del flujo magnético a través de la espira.

b) En qué instante del tiempo la fuerza electromotriz inducida en la espira es 0.01 V.

5) a) Enuncie las leyes de Faraday y Lenz de la inducción electromagnética.

b) La espira circular de la figura adjunta está situada en el seno de un campo magnético uniforme. Explique si existe f.e.m. inducida en los siguientes casos:

b.1) La espira se desplaza hacia la derecha; b.2) el valor del campo magnético aumenta linealmente con el tiempo.



6) Una espira conductora circular de 4 cm y de  $0,5\Omega$  de resistencia está ubicada inicialmente en el plano XY. La espira se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , perpendicular al plano de la espira, y en el sentido positivo del eje Z.

a) Si el campo magnético aumenta a razón de  $0.6\text{T/s}$ , determine la f.e.m. inducida y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma.

b) Si el campo magnético se estabiliza en un valor de  $0.8\text{T}$ , y la espira gira a razón de  $10\pi\text{rad/s}$  alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante, determine el valor máximo de la f.e.m.

7) Una espira metálica circular de 1 cm de radio y resistencia de  $10^{-2}\Omega$ , gira en torno a un eje diametral con una velocidad angular de  $2\pi\text{rad/s}$  en una región donde el campo magnético es uniforme y de valor  $0.5\text{T}$ , según el eje Z positivo. Si el eje de giro de la espira tiene la dirección del eje X y en el instante  $t=0\text{s}$  la espira está en el plano XY, determine:

a) La expresión de la máxima f.e.m. y su valor en función del tiempo.

b) El valor máximo de la intensidad de la corriente que recorre la espira.

8) Una espira circular de 0.2 m de radio se ubica en un campo magnético uniforme de  $0.2\text{T}$  orientada con su eje paralelo a la dirección del campo. Determine la f.e.m. en la espira si en 0.1 s y de manera uniforme:

a) Se duplica el valor del campo.

b) Se reduce el valor del campo a cero.

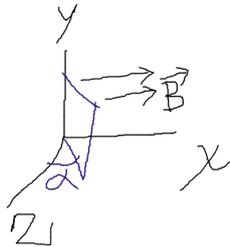
c) Se invierte el sentido del campo.

d) Se gira la espira un ángulo de 90 grados en torno a un eje diametral perpendicular a la dirección del campo magnético.

9) Una espira cuadrada de  $1.5\Omega$  de resistencia está inmersa en un campo magnético de valor  $B=0.03$  T uniforme y dirigido según el eje positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo  $\alpha$  variable con el plano YZ, según indica la figura.

a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y, con una frecuencia de 60 Hz, siendo  $\alpha = \pi/2$  en el instante  $t=0$  s, obtenga el valor de la f.e.m. inducida en la espira en función del tiempo.

b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?



## 8. Ondas

1) Dos sonidos tienen niveles de intensidad sonora de 50 dB y 70 dB, respectivamente. Calcule la relación entre sus intensidades.

R:  $I_2 = 100I_1$

2) Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz, y una velocidad de propagación de 350 m/s.

a) Halle la distancia mínima que hay, en cierta instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60 grados.

b) Halle la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de 1 ms.

R: a) 1.05 m, b) 7 rad.

3) Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X su dirección, y tiene por expresión matemática:

$$\Psi(x, t) = 2 \sin(7t - 4x)$$

en unidades del S.I. Calcule:

a) La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.

b) El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a su longitud de onda.

R: a) 1.75m/s, 7m/s; b) 0.9 s

4) Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud, oscila transversalmente con un MAS de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo en 0.5 s. Determine:

a) La longitud de onda y el número de onda de las ondas en la cuerda.

b) La diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 10 cm.

5) La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje X, tiene por expresión:  $\Psi(x, t) = 0,5 \sin(6\pi t - 2\pi x)$  en unidades del S.I.

Determine:

a) La longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Las expresiones que representan la elongación y la velocidad de vibración en función del tiempo para un punto de la cuerda situado a una distancia  $x = 1,5m$  del origen.

c) Los valores máximos de la velocidad de vibración y la aceleración de vibración de los puntos de la cuerda.

d) La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que, en un mismo instante, vibran desfasados  $2\pi rad$ .

R: a) 1m, 3m/s, b)  $0,5 \sin(6\pi t - 3\pi)$ ,  $3\pi \cos(6\pi t - 3\pi)$ , c)  $3\pi m/s$ ,  $180m/s^2$ , d) 1 m.

6) Escriba la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y del tiempo t (en segundos), que contenga las magnitudes indicadas en cada caso:

a) Frecuencia angular  $\omega$  y  $v_p$ , velocidad de propagación.

b) Período T y longitud de onda  $\lambda$ .

c) Frecuencia angular y número de onda  $k$ .

d) Explique por qué razón una onda armónica es doblemente periódica.

7) Se tiene una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa. Si se reduce a la mitad su frecuencia, razone qué ocurre con:

a) El período.

b) La velocidad de propagación.

c) La longitud de onda.

d) La amplitud.

R: a) Se duplica, b) No cambia, c) se reduce a la mitad, d) se mantiene cons-

tante y no cambia.

8) Una bola de 0.1 g de masa cae desde una altura de 1 metro con velocidad inicial nula. Al llegar al suelo, el 0.05 por ciento de su energía cinética se convierte en un sonido de duración 0.1 s.

a) Halle la potencia sonora generada.

b) Admitiendo que la onda sonora generada puede aproximarse por una onda esférica, estime la distancia máxima a la que puede oírse la caída de la bolita si el ruido de fondo solo permite oír intensidades mayores de  $10^{-8}W/m^2$ .

R: a) 5 microvatios, b) 6.3 metros.

9) El período de una onda transversal que se propaga en una cuerda tensa es de 2 ms. Sabiendo que dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es de  $\pi/2rad$  están separados una distancia de 10 cm, determine:

a) La longitud de onda.

b) La velocidad de propagación.

R: a) 0.4 m, b) 200 m/s.

10) La expresión matemática de una onda es  $\Psi(x, t) = 3 \sin(200\pi t - 5x + \pi)$ , estando todas las magnitudes en unidades del S.I.

a) Calcule la frecuencia y la longitud de onda.

b) Calcule la amplitud y la velocidad de propagación de la onda.

R: a) 100 Hz,  $0.4\pi$  m; b) 3m, 40m/s.

11) Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido negativo del eje de abscisas, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un MAS de frecuencia 50 Hz y amplitud de 4 cm, determine:

a) La velocidad de propagación de la onda.

b) La expresión matemática de la onda, si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas, y en el instante inicial  $t = 0s$ , la elongación es nula.

c) La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de una cuerda.

d) La aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

R: a) 5m/s; b)  $\Psi = 0,04 \sin(100\pi t + 20\pi x)$ , c)  $4\pi$  m/s;  $4000m/s^2$ .

12) El nivel de intensidad sonora de la sirena de un barco es de 60 dB a 10 m de distancia del foco emisor. Suponiendo que la sirena es un foco emisor puntual, calcule:

a) El nivel de intensidad sonora a 1 km de distancia.

b) La distancia a la que la sirena deja de escucharse.

Dato:  $I_0 = 10^{-12} \text{W/m}^2$

R: a) 20 dB, b) 10 km.

13) Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa de gran longitud y, por ello, una partícula de la misma realiza un MAS en la dirección perpendicular a la cuerda. El período de dicho movimiento es de 3 segundos, y la distancia que recorre la partícula entre posiciones extremas es de 20 cm.

a) ¿Cuáles son los valores de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de oscilación de la partícula?

b) Si la distancia mínima que separa dos partículas de la cuerda que oscilan en fase es de 60 cm, halla la velocidad de propagación de la onda y el número de onda.

R: a)  $0.21 \text{m/s}$ ,  $0.44 \text{m/s}^2$ ; b)  $0.2 \text{m/s}$ ,  $10\pi/3 \text{m}^{-1}$

14) Dada la expresión matemática de una onda transversal que se propaga en una cuerda de gran longitud:

$$\Psi(x, t) = 0,03 \sin(2\pi t - \pi x)$$

a) Halla la velocidad de propagación de la onda.

b) Halla la expresión de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda y la velocidad máxima de oscilación o vibración.

c) Para el instante inicial,  $t = 0 \text{s}$ , halla el valor del desplazamiento de los puntos de la cuerda cuando  $x = 5 \text{m}$  y  $x = 1 \text{m}$ .

d) Para  $x = 1 \text{m}$ , halla el desplazamiento cuando  $t = 0,5 \text{s}$ .

R: a)  $2 \text{m/s}$ , b)  $v = 0,06\pi \cos(2\pi t - \pi x)$ ; c)  $-0.03 \text{ m}$ , d)  $0 \text{ m}$ .

15) Una partícula oscila con un MAS según el eje Y, en torno al origen de coordenadas, originando una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X, con velocidad de  $20 \text{ m/s}$ , amplitud de  $0.02 \text{ metros}$  y frecuencia de  $10 \text{ Hz}$ . Determinar:

a) El período y la longitud de onda.

b) La expresión matemática de la onda, si en  $t=0$  segundos la partícula se halla en el origen de coordenadas y tiene una elongación máxima positiva.

R: a)  $0.1 \text{s}$ ,  $2 \text{ m}$ ; b)  $\Psi(x, t) = 0,02 \sin(0,1t - 0,005x + \pi/2)$

16) Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) La intensidad de la onda emisora emitida por una fuente puntual es directamente proporcional a la distancia a la fuente.

b) Un incremento de 30 dB corresponde a un aumento de la intensidad del sonido en un factor 1000.

R: a) F, b) V.

17) Una onda sonora que se propaga en aire tiene frecuencia de 260 Hz.

a) Determine la naturaleza de la onda sonora e indique cuál es la dirección de propagación de la perturbación, respecto a la de la propia perturbación.

b) Calcule el período de esta onda y su longitud de onda.

R: a)  $v=340\text{m/s}$ ; b)  $T=3.8\text{ms}$ ;  $1.3\text{m}$ .

18) Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia  $x$  del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más.

a) Obtenga las distancias al foco desde donde se realizan las mediciones.

b) Determine la potencia sonora del foco.

R: a) 11 m y 111 m; b) 15.4 W.

19) Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda tensa de gran longitud y está representada por la expresión:

$$\Psi(x, t) = 0,5 \sin(2\pi t - \pi x + \pi)$$

en unidades del S.I.

a) Calcule la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Halle la diferencia de fase en un mismo instante entre las vibraciones de dos puntos separados 1 metro de distancia.

c) Halle la diferencia de fase de oscilación para dos posiciones de un mismo punto de la cuerda cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 segundos.

d) Halle la velocidad y la aceleración máximas de vibración en un punto de la cuerda.

*Opcional:*

20) Escriba la expresión matemática para la vibración de una onda gravitacional.

21) Averigua cómo varía la amplitud y la frecuencia de las ondas gravitacionales clásicas de dos objetos que inspiralizan hasta coalescer o fusionarse. Averigua la expresión para el tiempo de coalescencia.

22) ¿En qué se parecen y en qué se diferencian las ondas electromagnéticas de las ondas gravitacionales?

23) Además de las ondas electromagnéticas y las ondas gravitacionales, averigua qué otro tipo de ondas pueden existir en la Naturaleza o existen en la naturaleza.

## 9. Óptica geométrica

1) Un rayo de luz blanca incide desde el aire sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$ .

a) Halle el ángulo que formarán entre sí en el interior del vidrio los rayos rojo y azul, componentes de la luz blanca, si los valores de los índices de refracción para estos colores son, respectivamente, 1.612 y 1.671.

b) Halle los valores de la frecuencia y de la longitud de onda correspondientes a cada una de estas radiaciones en el vidrio, si las longitudes de onda en el vacío son, respectivamente para la luz roja y azul, 656.3 nm y 486.1 nm.

2) Una fuente de luz luminosa emite luz monocromática de longitud de onda en el vacío igual a 600 nm (roja), que se propaga en el agua ( $n=1.34$ ). Determine:

a) La velocidad de propagación de la luz en el agua.

b) La frecuencia y la longitud de onda de la luz en el agua.

Datos:  $c = 300000\text{km/s}$ .

3) Sobre la cara lateral de un prisma de vidrio de índice de refracción 1.4 y ángulo en el vértice de  $50^\circ$ , incide un rayo de luz con ángulo de  $20^\circ$ . Determine:

a) El ángulo de desviación sufrido por el rayo.

b) El ángulo de desviación mínima que corresponde a este prisma.

Dato: el prisma está ubicado en el aire.

4) Un rayo luminoso se propaga en el aire, e incide sobre el agua de un estanque con ángulo de  $30^\circ$ .

a) Indica el ángulo que forman entre sí el ángulo reflejado y refractado.

b) Si el rayo luminoso se propagase desde agua hasta el aire, indica a partir de qué ángulo incidente se presenta el fenómeno de la reflexión total.

5) Un rayo de luz monocromática que se propaga en un medio de índice

de refracción 1.58 penetra en otro medio de índice de refracción 1.23 formando un ángulo de incidencia de  $15^\circ$  (respecto a la normal) en la superficie de discontinuidad entre ambos medios.

- a) Determinar el valor del ángulo de refracción correspondiente al ángulo de incidencia anterior. Haga un dibujo esquemático.
- b) Definir el ángulo límite y calcular su valor par este par de medios.

6) Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo. Efectuar la construcción geométrica de la imagen e indicar su naturaleza si el objeto está ubicado a una distancia igual en valor absoluto a:

- a) La mitad de la distancia focal del espejo.
- b) El triple de la distancia focal del espejo.

7) Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$ . Si un rayo incide desde el medio de índice  $n_1$ , razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a) Si  $n_1 > n_2$ , el ángulo de refracción es menor que el de incidencia.
- b) Si  $n_1 < n_2$ , a partir de cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

8) Un haz luminoso lo forman 2 rayos de luz superpuestos, uno azul con longitud de onda 450 nm y otro rojo de longitud de onda 650 nm. Si este haz incide desde el aire sobre la superficie plana de un vidrio con ángulo de incidencia  $30^\circ$ , calcule:

- a) El ángulo que forman entre sí los rayos azul y rojo, reflejados.
- b) El ángulo que forman entre sí los rayos azul y rojo, refractados.

Dato:  $n(\text{azul})=1.55$ ,  $n(\text{rojo})=1.40$  en el vidrio.

9) Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule:

- a) Las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando la construcción geométrica de la imagen.
- b) El radio del espejo y la distancia focal.

10) a) Indique el tipo de imagen obtenida con un espejo esférico convexo.  
b) Indique el tipo de imagen obtenida con una lente esférica divergente.  
El objeto se supone real en ambos casos. Efectúe la construcción geométrica de la imagen en cada caso.

11) Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un

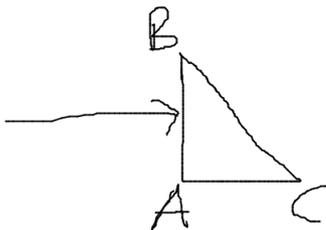
prisma de vidrio, de índice de refracción  $n = \sqrt{2}$ . El ángulo del prisma vale  $\alpha = 60^\circ$ . Determine:

- El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30 grados, efectuando un esquema gráfico de la marcha del rayo.
- El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia sea de 90 grados.

- 12) a) Defina la noción de ángulo límite, y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción  $n_1, n_2$ , si  $n_1 > n_2$ .  
b) Sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es de  $60^\circ$ , determine la velocidad de la luz en dicho medio.

- 13) Sobre una lámina transparente de índice de refracción 1.5 y de 1 cm de espesos, situada en el vacío, incide un rayo luminoso formando un ángulo de 30 grados con la normal a la cara. Calcule:  
a) El ángulo que forma con la normal al rayo que emerge de la lámina. Efectúe la construcción geométrica correspondiente.  
b) La distancia recorrida por el rayo.

- 14) Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1.5 inmerso en aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles como muestra la figura. Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma.  
a) Explique si se produce o no la reflexión total en la cara BC del prisma.  
b) Haga un esquema gráfico de la trayectoria del rayo a través del prisma e indique la dirección del rayo emergente.



- 15) Sobre un prisma de ángulo 60 grados como indica la figura, en el vacío, incide un rayo luminoso monocromático con ángulo de  $41,3^\circ$  con la normal

a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

- Calcule el índice de refracción del prisma.
- Realice el esquema gráfico de la marcha del rayo a través del prisma.
- Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.
- Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondiente al rayo luminoso son distintas o no, dentro y fuera del prisma.



16) Una superficie plana separa dos medios de diferente índice de refracción  $n_1, n_2$ . Un rayo de luz incide desde el medio de índice  $n_1$ . Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de refracción.
- Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
- El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.
- Si  $n_1 > n_2$  se produce el fenómeno de la reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

## 10. Óptica (II): instrumentos ópticos

1) Un objeto luminoso se encuentra a 6 m de una pantalla. Una lente delgada, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre las pantallas una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

- Describa la naturaleza y posición de la imagen, indicando la distancia focal de la lente.
- Se desplaza la lente de manera que se obtiene sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente a la lograda antes. Indique la posición de la lente y el nuevo valor del aumento.

2) Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor 2 cm,  $n=3/2=1.5$ , situada en aire, incide un rayo de luz monocromática con ángulo  $\theta_i = 30^\circ$ .

a) Compruebe que el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia.

b) Determine la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina y el desplazamiento lateral, del rayo emergente.

3) Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, que suponemos delgada, tiene una distancia focal igual a 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño 5 cm.

a) Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño de 40 cm.

b) Si el índice de refracción de la lente es igual a 1.5. Indica el valor que tiene el radio de la lente y la potencia de la lente.

4) Un objeto luminoso de 3 cm de altura está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia 10 dioptrías (10D). Determine:

a) La distancia focal de la lente.

b) La posición de la imagen.

c) La naturaleza y tamaño de la imagen.

d) La construcción geométrica de la imagen.

5) a) Defina para una lente delgada los siguientes conceptos: foco objeto, foco imagen, distancia focal objeto y distancia focal imagen.

b) Dibuje para los casos de lente convergente y lente divergente la marcha de un rayo que pasa (él o su prolongación) por: b.1) el foco objeto, b.1) el foco imagen.

6) Sea un sistema óptico centrado formado por dos lentes delgadas convergentes, cuya focal es  $f' = 10\text{cm}$  para ambas, y separadas 40 cm. Un objeto lineal de 1 cm de altura se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm. Determine:

a) La posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada por la primera lente.

b) Posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

7) Un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de la misma focal  $f' = 20\text{cm}$ , se hallan situadas en el eje óptico común a una

distancia entre sí de 80 cm. Un objeto luminoso lineal perpendicular al eje óptico, de tamaño igual a 2 cm, se coloca a la izquierda de la primera lente y dista de ella 40 cm.

- a) Determina la posición de la imagen final que forma el sistema, y realiza la construcción geométrica de la imagen.
- b) Indica la naturaleza y tamaño de la imagen final.

8) Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida, y de doble tamaño. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

- a) La distancia focal y la potencia de la lente.
- b) La posición y naturaleza de la imagen, realizando su construcción geométrica, si el objeto está a 5 cm delante de ella.

9) Un objeto de 1 cm de altura se coloca a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal.

- a) Determine la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.
- b) Halle la distancia de la lente anterior a la que habría que colocar otra segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal, para que la imagen final se formara en el infinito.

10) a) Explique qué es una lente convergente y una lente divergente. Indique cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas.

b) Defina el concepto de potencia de una lente y en qué unidades se acostumbra medir.

11) Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se encuentra una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

- a) La posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria.
- b) La distancia focal de la lente y la construcción geométrica de la imagen.

12) Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y de 20 cm la segunda, separadas una distancia de 60 cm. un Objeto luminoso se coloca 15 cm delante de la primera lente, y su altura es de 2 mm. Determine:

- a) La posición y tamaño de la imagen final del sistema.
- b) La construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente.

13) Delante de un espejo cóncavo de 1 m de radio y a una distancia de 0.75 m se coloca un objeto luminoso de 10 cm de altura.

a) Determine la posición, naturaleza de la imagen y su tamaño.

b) Si desde la posición anterior el objeto se acerca 0.5 m hacia el espejo, calcule la posición, naturaleza y tamaño de la nueva imagen formada por el espejo.

Haga la construcción geométrica de la imagen en cada apartado.

14) Un objeto de 1 mm de altura se coloca a una distancia de 1 cm delante de una lente convergente de 20 dioptrías.

a) Calcule la posición y tamaño de la imagen, efectuando la construcción geométrica de la misma.

b) Indique si es posible recoger la imagen obtenida en una pantalla, y el instrumento óptico requerido para constituir la lente convergente usada de esta forma.

15) Explique dónde debe estar ubicado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha:

a) Si la lente es convergente.

b) Si la lente es divergente.

Realice en ambos casos la construcción geométrica y trazado de rayos correspondiente.

## 11. Física relativista

1) a) Explica el fenómeno de la contracción de longitudes.

b) Explica el fenómeno de la dilatación del tiempo.

2) a) Escribe las expresiones para la energía total y energía cinética relativista, en función de  $\beta = v/c$ .

b) Escribe la relación general que relaciona energía y momento en relatividad especial en los siguientes casos: b.1) la partícula no tiene masa (fotón, gluón, gravitón, . . .), y b.2) La partícula tiene masa.

3) Explica la diferencia de observador inercial en la teoría de relatividad galileana y la teoría de la relatividad einsteiniana o especial/restringida.

4) a) Escribe la expresión del momento relativista de una partícula.

- b) Usando el apartado a), determina la expresión relativista para la longitud de onda de De Broglie de una partícula arbitraria.  
c) Reescribe la expresión hallada en b), en función de la energía cinética relativista.

5) Enumera las consecuencias de la teoría de la relatividad especial.

6) ¿Qué efecto tiene la teoría de la relatividad especial sobre la teoría de la gravedad de Newton?

7) Indica el nombre de la teoría relativista especial de la gravitación.

8) ¿A qué postulados pueden reducirse: a) La teoría de la relatividad especial, b) la teoría relativista de la gravitación de Einstein?

9) En el LHC (Large Hadron Collider) se hacen chocar protones y átomos de oro a energías de 14 TeV, o más precisamente a 7 TeV por haz. Calcula:

- a) La masa relativista de un protón con esa energía y su momento lineal.  
b) La velocidad que adquiere el protón con dicha energía.

10) El LHC es un colisionador de protones circular, de 27 km de circunferencia.

a) Halla el campo magnético necesario para lograr las energías de 14 TeV allí logradas.

b) Con el mismo campo magnético, halla la velocidad de los electrones si la energía fuera de 100 TeV. Esta máquina se ha propuesto construir en China, bajo el nombre BC (Big Collider).

c) Con el mismo campo magnético, ¿cuál debería la circunferencia y radio de un hipotético colisionador circular, que permitiera acelerar las partículas hasta la energía de Planck, unos  $10^{16} \text{ TeV}$ . Comenta el resultado.

11) Analice las diferencias entre las siguientes versiones de la ecuación del siglo XX:

a)  $E = Mc^2 = m\gamma c^2$

b)  $\Delta E = \Delta Mc^2$

c)  $E_0 = mc^2$

d)  $E = m_0 c^2$

e)  $E_0 = m_0 c^2$

f)  $E = mc^2$

## 12. Física cuántica

1) Considere las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y un protón. Razone:

- Cuál es menor si tienen misma velocidad.
- Cuál es menor si tienen misma energía cinética (no relativista o relativista).

2) Un láser de longitud de onda 630 nm tiene una potencia de 10 mW y un diámetro de haz de 1mm. Calcule:

- La intensidad de la luz.
- El número de fotones por segundo que viajan en el haz.

Datos:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

3) Si se ilumina con luz de 300 nm la superficie de un material fotoeléctrico, el potencial de frenado vale 1.2 V. El potencial de frenado se reduce a 0.6 V por oxidación del material. Determine:

- La variación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
- La variación de la función de trabajo del material y de la frecuencia umbral.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

4) Una radiación monocromática de longitud de onda en el vacío igual a 600 nm y potencia de 0.54 W, penetra en una célula fotoeléctrica cuyo cátodo es cesio y su trabajo de extracción es de 2.0 eV. Determine:

- El número de fotones por segundo que viajan en la radiación.
- La longitud de onda umbral para el cesio.
- La energía cinética de los electrones emitidos.
- La velocidad con la que los electrones llegan al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ .

5) a) Indique en qué intervalo de energía aproximado, expresado en eV, se encuentran los fotones de luz del espectro visible electromagnético.

b) Indique el intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie para esta región del espectro (el visible).

6) Las longitudes de onda del espectro visible se encuentran entre 390 nm

y 740 nm (violeta y rojo). Determine:

- a) La velocidad que debería tener un electrón para tener tales longitudes de onda de De Broglie. ¿Son relativistas?
- b) Las energías que tendrán los fotones de dichas longitudes de onda.

7) Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío igual a 450 nm, incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico es igual a 612 nm. Determine:

- a) La energía de extracción de los electrones en el metal.
  - b) La energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.
- Datos:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

8) a) Calcule la velocidad que ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV.

- b) Indique si la velocidad hallada en a) se puede considerar relativista.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}, m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}.$$

9) Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0.8 V.

- a) Determine la función de trabajo del metal.
- b) Indique la diferencia de potencial necesaria para frenar a los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}.$$

10) Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas del plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, se encuentra en el punto (2, 0). Por efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuesto inmóvil y en reposo), el electrón se acelera. Estando todas las coordenadas en micrómetros, calcule:

- a) El campo eléctrico y el potencial del protón en el punto (2,0).
  - b) La energía cinética del electrón cuando se halla en el punto (1,0).
  - c) La velocidad y el momento lineal del electrón en la posición (1,0).
  - d) La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en el punto (1,0).
- Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de

Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js$   
 $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

11) A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.

a) Indique qué magnitudes físicas se necesitan para determinar dicha longitud de onda.

b) ¿Pueden dos partículas diferentes con diferente velocidad tener la misma longitud de onda de De Broglie?

c) Explique la relación existente entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas son 2 eV y 8 eV.

12) Un metal tiene una frecuencia umbral de  $4,5 \cdot 10^{14} Hz$  para el efecto fotoeléctrico.

a) Si el metal se ilumina con una radiación de 400 nm de longitud de onda, halle la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos.

b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, indique la frecuencia de esta radiación.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000km/s$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

13) Un haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética en los casos siguientes:

a) Aumenta la intensidad del haz luminoso.

b) Aumenta la frecuencia de la luz incidente.

c) Disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral.

Además, defina el concepto de trabajo de extracción.

14) El trabajo de extracción para el sodio es de 2.5 V, calcule:

a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de  $10^7 m/s$ .

b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad máxima anterior.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000km/s$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

15) Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de

potencial de 50 V. Calcule:

a) El cociente entre los valores de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón.

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicho potencial.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

16) Un protón parte del reposo y es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determine:

a) La energía que adquiere expresada en eV y su velocidad en m/s.

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

17) Considere las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y de un protón. Razone cuál es mayor o menor en los siguientes casos:

a) Ambos se mueven con velocidad de 100 m/s.

b) Ambos se mueven con una energía cinética de 10 eV.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

18) Se ilumina una superficie metálica con una luz de longitud de onda igual a 300 nm, siendo el trabajo de extracción del meta 2.46 eV. Calcular:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal.

b) La longitud de onda umbral para el metal.

c) La velocidad de los electrones emitidos y su longitud de onda de De Broglie asociada.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000\text{km/s}$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

19) Calcule en los casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:

a) El momento lineal del protón sea  $10^{-21}kgm/s$ .

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea 500 fm.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000km/s$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}Js$   
 $m_p = 1,66 \cdot 10^{-27}kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

20) Determine la longitud de onda de De Broglie y la energía cinética, expresada en eV, de:

a) Un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 10000 eV.

b) Una piedra de masa 80 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ . Velocidad de la luz:  $c=300000km/s$ , constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}Js$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}kg$ ,  $K_C = 9 \cdot 10^9$ .

21) El aluminio tiene un trabajo de extracción de 4.2 eV. Si se ilumina con radiación de 200Å, calcule:

a) La longitud y frecuencia umbral para el aluminio.

b) El potencial de frenado para detener a los electrones.

c) La energía cinética máxima y la velocidad de los fotoelectrones.

22) El trabajo de extracción para el sodio es de 2.3 eV. Determine:

a) Máxima longitud de onda y mínima frecuencia que produce fotoelectrones.

b) Si la luz incidente fuera de 2000Å, halle la energía cinética máxima de los electrones salientes.

23) a) Determine el ángulo para el que la dispersión de la energía es máxima en el efecto Compton.

b) Halle la variación relativa de longitud de onda para un haz de rayos X, con longitud de onda de 7.1 nm, cuando es dispersado en tales condiciones.

24) Enuncie el principio de indeterminación de Heisenberg.

#### *Opcional*

1) La longitud mínima teóricamente posible se llama longitud de Planck,  $L_p = \sqrt{G\hbar/c^3}$ . La masa de Planck se define como  $M_P = \sqrt{\hbar c/G_N}$ . Usando la expresión de la longitud de onda de De Broglie  $\lambda = \hbar/P$ , determine:

a) La velocidad de Planck, a la que se mueve una partícula cuyo tamaño es igual a la longitud de Planck y su masa es igual a la longitud de Planck.

b) El valor del momento lineal de Planck y el momento angular de Planck,  $P_P = M_P V_P$  y  $L_P = M_P V_P L_p$ . Comenta el resultado.

2) Un muón ( $\mu^-$ ) y una partícula tau ( $\tau^-$ ) son versiones “gordas” o “su-

pergordas” del electrón. Sabiendo que el muón tiene una masa de 207 veces la del electrón, y un tauón o partícula tau una masa de 3477 veces la masa del electrón, razone:

- a) Qué partícula es más relativista a igual velocidad.
- b) Qué partícula es más relativista a igual energía cinética.
- c) Las longitudes de onda de De Broglie de un electrón, un muón y un tauón cuya energía cinética es igual a 1 keV. Razone si son relativistas en estos casos e interprete los resultados.

3) Busca generalizaciones del principio de Heisenberg y las condiciones bajo las cuales se piensa podrían tenerse que usar.

4) Halla la solución de la ecuación de Schrödinger para una partícula en una caja de lado L y potencial infinito en sus extremos. Escribe los niveles de energía y compara éstos con los átomo de hidrógeno y los del oscilador armónico.

5) Busca información sobre potenciales o energías potenciales para las cuales se conoce la solución de la ecuación de Schrödinger de forma exacta.

## 13. Física nuclear y de partículas

1) Dos isótopos, de masas iguales a  $19,27 \cdot 10^{-27} kg$  y  $21,59 \cdot 10^{-27} kg$ , respectivamente, con la misma carga, son acelerados hasta que adquieren una velocidad constante e igual a  $6,7 \cdot 10^5 m/s$ . Se les hace atravesar una región de un campo magnético uniforme de 0.85 T cuyas líneas de campo magnético son perpendiculares a la velocidad de las partículas.

a) Determine la relación entre los radios de las trayectorias que describe cada isótopo.

b) Si han sido ionizados una sola vez, determine la separación entre los dos isótopos cuando han descrito una semicircunferencia. Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ .

2) a) Calcule el defecto de masa y la energía total de enlace del isótopo  ${}^{15}_7N$  de masa atómica 15.0001089 u.

b) Calcule la energía de enlace por nucleón.

Datos:  $m_p = 1,66 \cdot 10^{-27} kg = 1,007276u$ ,  $m_n = 1,008665u$ , velocidad de la luz  $c=300000km/s$ .

3) El isótopo U-234 ( ${}^{234}U$ ) tiene un período de semidesintegración o se-

mivida igual a 250000 años. Si partimos de una muestra de 10 gramos de este isótopo, determine:

- a) La constante de desintegración radioactiva.
- b) La masa que queda sin desintegrar al cabo de 1000 años y de 50000 años.

4) Se dispone inicialmente de una muestra radioactiva de  $5 \cdot 10^{18}$  átomos de un isótopo de radio, cuyo período de semidesintegración (semivida) es igual a 3.64 días. Calcule:

- a) La constante de desintegración radiactiva del isótopo de radio y la actividad inicial de la muestra.
- b) El número de átomos en la muestra al cabo de 30 días.
- c) El tiempo que ha de transcurrir para que solamente quede un átomo del isótopo.

5) Una muestra de un material radioactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser de 85.2 Bq. Determine:

- a) El período de semidesintegración y la vida media.
- b) El número de núcleos radioactivos presentes inicialmente en la muestra.

6) El oganesón 294 (Og-294), el teneso 293 (Ts-293), el moscovio 289 (Mc-289), y el nihonio 286 (Nh-286), tienen unos periodos de semidesintegración de 5 ms, 50 ms, 60 s y 20 minutos, respectivamente.

- a) Determine las constantes radioactivas de estos elementos superpesados el período 7 de la tabla periódica.
- b) Calcular cuántos átomos y cuánta masa de estos elementos se necesitan producir inicialmente para que al cabo de un día fuésemos capaces de ver 10 átomos de dichos elementos. ¿Y si fuera al cabo de solamente una hora? Analice cómo cambian estos resultados si el proceso de observación de estos átomos tiene una eficiencia del 60 %.

Datos:  $m(\text{Og})=294$  u,  $m(\text{Ts})=293$  u,  $m(\text{Mc})=289$  u,  $m(\text{Nh})=286$  u.

7) Investiga los períodos de semidesintegración de los isótopos de los elementos que van del  $Z=104$  hasta el  $Z=118$ . Comenta los resultados.

8) Investiga los períodos de semidesintegración de los isótopos (7 y no 3) del átomo de hidrógeno.

9) Investiga la relación de los períodos de semidesintegración con la llamada anchura  $\Gamma$  de una partícula o resonancia en física de partículas elementales. ¿Cómo están relacionadas estas magnitudes?

10) Investiga los procesos de desintegración  $\alpha, \beta, \gamma$ . ¿Qué es la radiación o partículas  $\delta$ ?

11) Investiga las anchuras y vidas medias de partículas elementales conocidas y sus resonancias.

12) Investiga el hipotético proceso denominado desintegración beta doble sin neutrino.

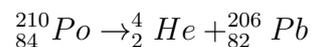
13) Dos elementos radiactivos tienen períodos de semidesintegración de 60 y 180 años. Si partimos de 2 moles de átomos de cada uno de ellos, se pide:

- La constante de desintegración de cada uno.
- Los moles de átomos que quedan tras 500 años.

14) Si para una sustancia se tiene que  $N(t) = N_0 e^{-0.02t}$ , en el S.I., determina:

- El tiempo para que el número de átomos se reduzca a la mitad.
- El tiempo para que el número de átomos se reduzca a la quinta parte.
- El tiempo para que el número de átomos se reduzca a uno si inicialmente había un mol de átomos.

15) La desintegración del polonio-210 viene dada por la reacción nuclear:



Suponiendo inicialmente  $N_0$  núcleos de polonio, y que el número de núcleos en el instante  $t$  es  $N$ , con constante  $\lambda = 0,005 \text{días}^{-1}$ , se pide:

- Semivida y período de semidesintegración.
- Fracción de núcleos sin desintegrar en  $t=2T(1/2)$  y  $t=3T(1/2)$ .

16) El radón-222 se desintegra con  $T(1/2)=3.9$  días. Si inicialmente tenemos una muestra de 20 mg, determine la masa al cabo de 7.6 días.

17) Una muestra radioactiva tiene 100 millones de átomos con período de semidesintegración de 5 días. Halle la actividad inicial y al cabo de 2 días.

18) El bismuto-212 tiene período de semidesintegración de 60.5 minutos. Halle los átomos sin desintegrar al cabo de 1 minuto si tenemos una muestra de 2 mg. Halle los átomos que se desintegran por segundo en 50 gramos de este núclido.

19) Halle la energía de enlace por nucleón para el oxígeno-16, si tiene masa de 15.99491 u.

20) Halle el defecto de masa para el molibdeno-98, con masa 97.9062 u.

21) Una bomba atómica está formada por 20 kg de plutonio. Si en la explosión solamente queda de producto una diezmilésima parte de la masa de este plutonio, halle la energía liberada en la explosión.

22) Hallar la masa en kg de uranio-235 necesaria, si se fisiona, para que sea equivalente a una bomba de 1 Mt (1 millón de toneladas de trilita o megatón), si ésta equivale a 5 EJ.

23) Un utensilio de cocina es de madera y tiene masa de 40g. Su carbono-14 tiene actividad igual a 100d/min. Averigüed su edad si la misma madera recién cortada tiene actividad igual a 12 d/min.

24) El sol radia una potencia electromagnética aproximada de  $4 \cdot 10^{26} W$ . Suponiendo que su energía la obtiene de la fusión de 4 núcleos de hidrógeno en helio-4, sacando 26.7MeV, hallar el tiempo de vida que le queda al sol si partimos de una masa de  $2 \cdot 10^{30} kg$ .

25) En física nuclear y de partículas, se usa frecuentemente el concepto de área de interacción o sección eficaz ( $\sigma$ ), y la llamada sección eficaz macroscópica  $\Sigma = N\sigma$ . Averigua sus dimensiones y unidades frecuentes. Averigua su conexión con la variable llamada luminosidad de un acelerador o colisionador, dando también sus unidades.