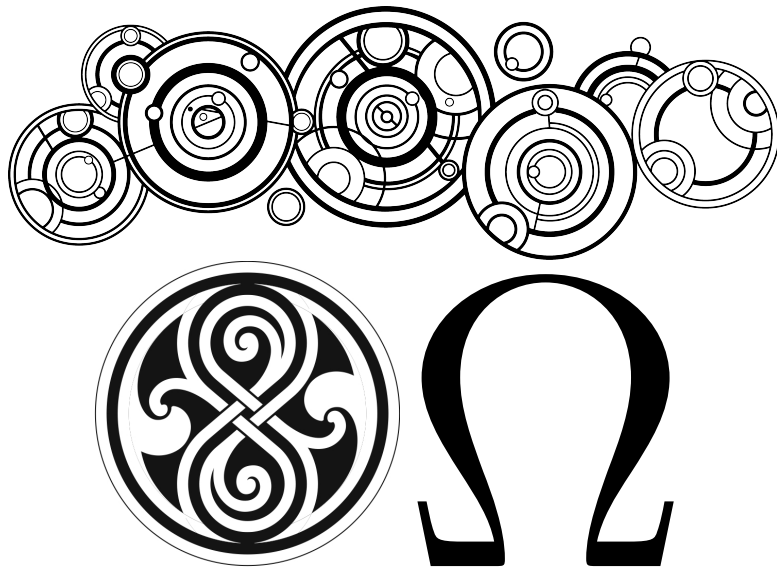


Física

4°ESO: formulario y resumen de Cinemática



Índice

1. El método científico	3
2. Algunas definiciones adicionales	4
3. MRU	6
4. MRUA	6
5. MCU	7
6. MCUA	7
7. Conceptos y definiciones importantes	8
8. Algunas demostraciones matemáticas sencillas	13
8.1. Demostración matemática 1	13
8.2. Demostración matemática 2	14
9. Gráficas y algunos esquemas	16

1. El método científico

¿Qué es el método científico? En este curso tomamos como definición la siguiente:

Es un PROCEDIMIENTO para la adquisición, organización, comprobación y conservación (preservación) del CONOCIMIENTO. Está basado en la INTUICIÓN, la LÓGICA, el PENSAMIENTO, la RAZÓN Y LA EXPERIENCIA.

En cualquier momento, dicho procedimiento o método comunica o es capaz de comunicar sus resultados, de forma que se revisan y corrigen los posibles ERRORES.

La corrección de errores y de los resultados (o del método) requiere la REPRODUCIBILIDAD y COMPROBACIÓN DE LOS DATOS o conclusiones de forma INDEPENDIENTE.

En cualquier momento del proceso puede producirse la PUBLICACIÓN Y COMUNICACIÓN DE LOS RESULTADOS EN FORMA DE DATOS, o DESCUBRIMIENTOS, Y/O MODELOS/TEORÍAS/LEYES/PRINCIPIOS, incluso AXIOMAS en Matemáticas, O BIEN nuevas hipótesis o CONJETURAS.

En su versión moderna, comenzó con Galileo Galilei: “(...)Egli è scritto in lingua matematica(...)”

El método científico utiliza las Matemáticas desde entonces pero se fundamenta en la observación de la Naturaleza, los fenómenos naturales, las regularidades y anomalías que en ellos se producen. Está originado por la CURIOSIDAD.

En general, podemos considerar que el método científico está formado por una serie de etapas o pasos. A saber:

- 1. OBSERVACIÓN DE LOS FENÓMENOS NATURALES, sus PATRONES LÓGICOS/TEÓRICOS y las anomalías en los mismos.
- 2. ELABORACIÓN DE HIPÓTESIS CIENTÍFICAS, por inferencia o inducción lógica, en ocasiones por pura intuición o sentido común,

que se pueden comprobar/verificar o refutar/invalidar, mediante SIMULACIONES COMPUTACIONALES Y TEÓRICAS (en ordenadores, computadoras,...), mediante “experimentos mentales”/“thought experiments”/gedanken experiments.

- 3. Diseño y REALIZACIÓN DE EXPERIMENTOS CIENTÍFICOS, que nos proporcionan DATOS experimentales en laboratorios. Los datos son habitualmente NÚMEROS (cantidades) y las magnitudes físicas de los datos son PROPIEDADES (cualidades) que pueden ser medidas o cuantificadas.
- 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES mediante pensamiento lógico, matemático y razonado o intuitivo. Esto nos lleva a la refutación/invalidación de la/s hipótesis o la COMPROBACIÓN/VERIFICACIÓN de la/s hipótesis o conjeturas.
- 5. ELABORACIÓN DE UN MODELO.
- 6. FORMULACIÓN DE UNA TEORÍA.
- 7. ESTABLECIMIENTO DE LEYES Y PRINCIPIOS.
- 8. ENUNCIADO DE AXIOMAS Y POSTULADOS.

Comentario: Los pasos o etapas del método científico no siguen necesariamente el orden anterior. Por ejemplo, uno puede comenzar con una teoría y estudiar posibles nuevos fenómenos a observar en vez de elaborar la teoría a partir de la síntesis de unos fenómenos u observaciones.

2. Algunas definiciones adicionales

1) Una **conjetura** es un modelo incompleto, o una analogía (comparación) con otro dominio. Ejemplos: el llamado desplazamiento hacia el rojo cosmológico está causado por la luz que pierde energía cuando viaja a través del espacio (conjetura de la “luz cansada”), las leyes de la Física son constantes en el tiempo y el espacio en todo el Universo (hipótesis de universalidad o uniformización), las especies evolucionan a estadios superiores (evolución).

2) Una **hipótesis** (o conjetura verosímil) es un modelo basado en todos los datos de un determinado dominio, sin contraejemplos e incorporando una nueva predicción que debe ser válida por hechos empíricos o experimentales (o bien lógico-formales en un sistema axiomático usado en las Matemáticas).

Ejemplos: el envejecimiento mental puede ser retrasado mediante el uso del “úsalo o piérdelo”, “el desplazamiento hacia el rojo es un desplazamiento Doppler”.

3) Una **teoría** es una hipótesis refrendada o validada con al menos un dato, idea o predicción no trivial. Ejemplos: relatividad, Cosmología del Big Bang, teoría de la Evolución, teoría cinético-molecular, teoría del caos,...

4) Una **ley** es una teoría que ha recibido validación en todas las posibles ramificaciones y formas, y que es conocida y válida hasta cierto nivel de exactitud o aproximación. Ejemplos: Mecánica newtoniana, gravitación universal, ley de Henry, leyes de la Termodinámica.

5) Un **principio** es una ley verificada que usamos, sin demostrar, en la deducción de nuevas hipótesis o conjeturas, de nuevos fenómenos, por el método lógico-matemático-formal.

6) Un **axioma** es una regla matemática aceptada como universalmente cierta o verdadera. Ejemplo: la propiedad conmutativa de la suma, la propiedad distributiva, la existencia de un elemento neutro, el axioma de elección,...

7) Un **modelo** es una representación o “imagen”, o aproximación simplificada, simplificación de un sistema (real o imaginario) que usamos para explicar su funcionamiento real (físico) o virtual (imaginario). Ejemplos: Modelo Estándar, Modelo Cosmológico Estándar, Modelo de Capas, Modelo de Bolas, Modelo de Cuerdas, Modelo de Thomson, Modelo de la partícula puntual...

8) **Ciencia** es cualquier área del saber que usa el método científico (y no un sucedáneo) para obtener conocimiento. ¡Rechaza imitaciones! No son ciencias ni la Astrología (sí lo es en cambio la Astronomía), ni la religión, ni sectas como la Cienciología y muchas otras “pseudociencias”. Atención: esto no significa que la Ciencia pueda explicarlo todo, ni que esas otras áreas de la Humanidad como la Religión, la Mitología, o la superchería no puedan tener aplicaciones, en ocasiones bastante terribles. Generalmente las ciencias se dividen en **exactas o naturales** e **inexactas o sociales** (aunque es una división algo ad hoc y tal vez obsoleta ya en los tiempos en que vivimos, cada vez más matematizados).

Del estudio del movimiento se encargan dos partes de la Física: la **Cinemática** y la **Dinámica**.

La Cinemática estudia y describe el movimiento SIN ATENDER a las causas que lo producen. La Dinámica estudia el movimiento ATENDIENDO a las causas que lo producen (las fuerzas o interacciones). La Cinemática y la Dinámica integran unidas una de las partes más importantes de la Física, llamada **Mecánica**.

3. MRU

$$a = 0m/s^2 = \text{constante} \quad (1)$$

$$v = (\text{constante}) \text{ m/s} \quad (2)$$

$$x = x_0 + v(t - t_0) \text{ m} \leftrightarrow \Delta x = v\Delta t \text{ m} \quad (3)$$

4. MRUA

$$a \neq 0m/s^2 = \text{constante} = a_0 \text{ m/s}^2 \quad (4)$$

$$v \neq (\text{constante}) \longrightarrow v = v_0 + a(t - t_0)m/s \leftrightarrow \Delta v = a\Delta t \text{ m/s} \quad (5)$$

$$x = x_0 + v(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \text{ m} \leftrightarrow \Delta x = v\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \text{ m} \quad (6)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \text{ m}^2/s^2 \leftrightarrow \Delta(v^2) = 2a\Delta x \text{ m}^2/s^2 \quad (7)$$

5. MCU

$$\alpha = 0 \text{ rad/s}^2 = \text{constante} \quad (8)$$

$$\omega = (\text{constante}) \text{ rad/s} \quad (9)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega(t - t_0) \text{ rad} \leftrightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t \text{ rad} \quad (10)$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \text{ m/s}^2 \neq 0 (\text{constante}) \quad (11)$$

$$s = \varphi R \text{ m} \leftrightarrow \Delta s = \Delta\varphi R, \Delta s \neq (\text{constante}) \text{ pero } R = \text{constante} \quad (12)$$

$$v = \omega R \text{ m/s } v = \text{constante} \quad (13)$$

$$N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad (14)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ s} \quad (15)$$

$$f = \frac{1}{T} \text{ s}^{-1} (\text{Hz}) \quad (16)$$

$$\omega = 2\pi f \text{ rad/s} \quad (17)$$

6. MCUA

$$\alpha \neq 0 \text{ rad/s}^2 = \text{constante} \quad (18)$$

$$\omega \neq (\text{constante}) \longrightarrow \omega = \omega_0 + a(t - t_0) \text{ rad/s} \leftrightarrow \Delta\omega = \alpha\Delta t \text{ rad/s} \quad (19)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \text{ rad} \leftrightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \text{ rad} \quad (20)$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\varphi - \varphi_0) \text{ rad}^2/\text{s}^2 \leftrightarrow \Delta(\omega^2) = 2\alpha\Delta\varphi \text{ rad}^2/\text{s}^2 \quad (21)$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \text{ m/s}^2 \neq 0 (\text{no constante}) \quad (22)$$

$$a_t = \alpha R \text{ m/s}^2 (\text{constante}) \quad (23)$$

$$a^2 = a_c^2 + a_t^2 \text{ m}^2/\text{s}^4 (\text{aceleración total no constante}) \quad (24)$$

$$a^2 = R^2(\omega^4 + \alpha^2) \text{ m}^2/\text{s}^4 (\text{MCUA}) \quad (25)$$

7. Conceptos y definiciones importantes

■ Magnitudes.

Se llama magnitud a todo aquello que es mensurable, es decir, a todo lo que se puede medir. Las magnitudes pueden ser fundamentales o derivadas. Hay 7 magnitudes fundamentales en el Sistema Internacional (S.I.) de unidades: longitud (L), tiempo (T), masa (M), temperatura absoluta (t), cantidad de sustancia (n), intensidad de corriente eléctrica (I) y la intensidad luminosa (I_L). Estas 7 magnitudes se miden, respectivamente, en las unidades siguientes: metro (m), segundo (s), kilogramo (kg), grado kelvin (K), mol (mol), amperio (A) y candela (cd). Ejemplos de magnitudes derivadas en el S.I. son: la velocidad, el área, el volumen, la presión, la aceleración, la carga eléctrica, la densidad, . . . Además hay toda una serie de prefijos para denotar múltiplos y submúltiplos en el S.I.

Las magnitudes se pueden clasificar en escalares o vectoriales. Las magnitudes escalares quedan totalmente especificadas si aparte de la unidad correspondiente, damos un número. Por ejemplo, son escalares la temperatura, la densidad, la masa, el tiempo, . . . Las magnitudes vectoriales necesitan, aparte de un número, especificar una dirección, un sentido y un punto de aplicación. Matemáticamente, las magnitudes vectoriales son vectores con ciertas propiedades y físicamente pueden visualizarse como segmentos orientados en el espacio. Son vectoriales, *exempli gratia*, la posición (o el desplazamiento), la velocidad, la aceleración, la fuerza, . . .

Curiosidad: existen, además de las magnitudes escalares y vectoriales, otras magnitudes más complicadas. Son los denominados pseudoescales, los pseudovectores, los tensores y los pseudotensores. También en ciertas teorías se usan cantidades de tipo “espinorial”, “twistorial” y otros tipos más sutiles de magnitudes de tipo matemático que no entran en este curso.

- Prefijos para múltiplos: deca (da) 10^1 , hecta (h) 10^2 , kilo (k) 10^3 , mega (M) 10^6 , giga (G) 10^9 , tera (T) 10^{12} , peta (P) 10^{15} , exa (E) 10^{18} , zetta (Z) 10^{21} , yotta (Y) 10^{24} .
- Prefijos para submúltiplos: deci (d) 10^{-1} , centi (c) 10^{-2} , mili (m) 10^{-3} , micro (μ) 10^{-6} , nano (n) 10^{-9} , pico (p) 10^{-12} , femto (f) 10^{-15} , atto (a) 10^{-18} , zepto (z) 10^{-21} , yocto (y) 10^{-24} .

- **Movimiento.**

Se llama *movimiento* al cambio de la posición de un móvil o cuerpo respecto de un sistema de referencia con respecto al tiempo.

Un sistema de referencia está formado por un eje de coordenadas y un punto de origen O. Si no hay movimiento, porque el cuerpo permanece fijo, se dice que estamos en reposo.

El estado de movimiento es siempre *relativo* a un observador y un concreto sistema de referencia.

- **Posición.** La posición de un objeto es una magnitud fundamental. Es una magnitud vectorial que indica la ubicación de un objeto respecto de un punto tomado como origen en un sistema de referencia concreto.

- **Trayectoria. Espacio recorrido y desplazamiento.** Se llama *trayectoria* al conjunto de todas las posiciones por las que pasa un móvil en su movimiento. El *espacio recorrido* $S = \Delta s = s - s_0$ entre dos puntos es la longitud medida sobre la trayectoria del móvil u objeto desplazado que ha recorrido. El *desplazamiento* es la diferencia entre las posiciones iniciales y final $X = \Delta x = x - x_0$, y se mide en línea recta. Sólo en los movimientos rectilíneos el espacio recorrido coincide con el desplazamiento del objeto, en general. Según la trayectoria, el movimiento puede ser rectilíneo o curvilíneo. Entre los movimientos curvilíneos más importantes destacan los circulares, parabólicos, hiperbólicos y elípticos, pero cualquier tipo de curva puede ser posible en principio.

- **Velocidad.** Se llama *velocidad media* al ritmo de cambio de la posición con respecto del tiempo. Es una magnitud vectorial como la posición. Tiene dimensiones físicas de LT^{-1} y se mide en m/s en el S.I. de unidades. Matemáticamente:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Importante: la velocidad es un vector TANGENTE a la trayectoria en cada uno de sus puntos.

Se llama velocidad instantánea al límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo considerado es muy pequeño y “tiende” a cero. Matemáticamente:

$$v = v_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = x'(t)$$

- **Velocidad angular.** Se llama velocidad angular al ritmo de cambio del ángulo respecto del tiempo en un movimiento circular (o curvilíneo más generalmente). Matemáticamente:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}$$

Las dimensiones físicas de la velocidad angular son T^{-1} y se mide en rad/s en el S.I. Hay unas relaciones sencillas entre la velocidad angular y el MCU con la velocidad usual y el MRU.

Otras unidades comunes de la velocidad angular son las revoluciones por minuto (r.p.m.). La equivalencia entre rad/s y r.p.m. se puede hacer mediante un cambio simple de unidades o por factores de conversión como sigue:

$$1r.p.m. = \frac{1vuelta}{1min} = \frac{1vuelta}{1min} \frac{2\pi rad}{1vuelta} \frac{1min}{60s} = \frac{2\pi rad}{60s} = \frac{\pi}{30} rad/s$$

- **Aceleración.** Se llama aceleración media al ritmo de cambio de la velocidad respecto del tiempo. Sus dimensiones físicas son LT^{-2} y se mide en m/s^2 en el S.I. de unidades. Matemáticamente es igual a

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Se llama aceleración instantánea al límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo considerado es muy pequeño y “tiende” a cero. Matemáticamente:

$$a = a_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = v'(t)$$

- **Aceleración angular.** La aceleración angular es el ritmo de cambio de la velocidad angular con respecto al tiempo. Matemáticamente se define como sigue:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

Sus dimensiones físicas son T^{-2} y sus unidades rad/s^2 en el S.I.

- **Radián.** Un radián es el ángulo que abarca una longitud de arco igual al radio de la circunferencia en la que se encuentra inscrito dicho arco. El radián es la unidad fundamental de ángulo y desplazamiento angular en el S.I. y no tiene dimensiones físicas. Su símbolo es rad. La equivalencia entre radianes y grados sexagesimales es como sigue

$$\boxed{2\pi \text{ rad} = 360^\circ}$$

- Aceleración centrípeta, aceleración tangencial y aceleración total.** En los movimientos circulares (y también en los generales curvilíneos) se pueden definir diferentes nociones o conceptos de aceleración. Incluso pese a que en módulo o “valor numérico” la velocidad lineal es constante en un MCU, en dicho movimiento existe una aceleración llamada aceleración normal o centrípeta que mide el cambio de la dirección de la velocidad. Matemáticamente esta aceleración es igual a

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

En un MCUA, además de aceleración centrípeta, hay aceleración tangencial. Esta aceleración vale

$$a_t = \alpha R$$

en donde α es la aceleración angular y R es el radio de la circunferencia. La aceleración total se calcula usando el teorema de Pitágoras sobre a_c y a_t , para obtener:

$$a^2 = a_c^2 + a_t^2$$

- Caracterización simple de los estados de reposo y tipos de movimiento estudiados.**

Reposo (respecto observador fijo): $X = x_0 = \text{constante}$, $v = 0\text{m/s}$, $a = 0\text{m/s}^2$.

MRU (respecto un sistema de referencia concreto): $X \neq \text{constante}$, $v = \text{constante}$, $a = 0\text{m/s}^2$.

MRUA (respecto un sistema de referencia concreto): $X \neq \text{constante}$, $v \neq \text{constante}$, $a = \text{constante}$.

Movimiento variado (acelerado no uniformemente): $X \neq \text{constante}$, $v \neq \text{constante}$, $a \neq \text{constante}$.

MCU: $s \neq \text{constante}$, $\varphi \neq \text{constante}$, $\omega = \text{constante}$, $\alpha = 0$, $a_c = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \text{constante}$, $a_t = 0$.

MCUA: $s \neq \text{constante}$, $\varphi \neq \text{constante}$, $\omega \neq \text{constante}$, $\alpha = 0$,
 $a_c = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \neq \text{constante}$, $a_t = \text{constante} \neq 0$, $a^2 = a_c^2 + a_t^2$.

Los movimientos se clasifican según la trayectoria en rectilíneos o curvilíneos, como hemos visto ya antes, y según haya o no aceleración en acelerados y no acelerados. Si la aceleración no es constante, el movimiento se llama variado. Si el movimiento tiene aceleración constante se llama uniformemente acelerado (la aceleración puede ser positiva o negativa, si ésta es de frenado). Si la aceleración es nula, el movimiento se denomina uniforme. En un MCU hay una aceleración, sin embargo, debido al cambio del vector velocidad con la dirección (aceleración normal o centrípeta). En el MRU y el MCU son constantes, respectivamente, la velocidad lineal (velocidad media, que coincide con la instantánea) y la velocidad angular. El reposo puede verse como un caso especial de MRU respecto de un sistema de referencia determinado. Además, hay unas relaciones o analogías (similitudes) entre el MRU y el MCU, y entre el MRUA y el MCUA a nivel de ecuaciones.

- Se llama **período** (T) (o revolución) en un movimiento circular (y también en los llamados movimientos oscilatorios o vibratorios/ondulatorios) al tiempo que tarda en dar una vuelta completa el móvil. Se mide en segundos y está relacionado con la velocidad angular con la ecuación:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- Se llama **frecuencia** (f) al número de vueltas que da un móvil con trayectoria circular (u oscilatoria) en un segundo. La frecuencia se relaciona con el período y la velocidad angular con las siguientes ecuaciones:

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi f$$

La frecuencia tiene dimensiones físicas de T^{-1} y sus unidades son el s^{-1} , también llamado hertzio (Hz).

- El **número de vueltas** (N) en un movimiento circular arbitrario puede calcularse con la siguiente ecuación (una vez hemos calculado u obtenido el ángulo recorrido $\Delta\varphi$):

$$N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$$

N no tiene dimensiones físicas, y por lo tanto es adimensional (no tiene unidades, es un número puro).

8. Algunas demostraciones matemáticas sencillas

8.1. Demostración matemática 1

Vamos a probar que la cuarta ecuación del MRUA (o del MCUA) se deduce eliminando el tiempo de dos de ellas. Primero para el MRUA, tenemos que

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$
$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

De la primera ecuación, despejamos el tiempo:

$$(t - t_0) = \frac{v - v_0}{a}$$

Sustituyendo este valor en la segunda ecuación, obtenemos que:

$$x = x_0 + v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2}a \frac{(v - v_0)^2}{a^2}$$

Operando algebraicamente

$$x - x_0 = v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v - v_0)^2}{a}$$

o bien

$$x - x_0 = \frac{2v_0(v - v_0) + (v - v_0)^2}{2a} = \frac{2v_0v - 2v_0^2 + v^2 + v_0^2 - 2vv_0}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

y por tanto, obtenemos el resultado buscado

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \leftrightarrow v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

La misma demostración vale para el MCUA, simplemente cambiando espacios lineales x por angulares φ , velocidades v por velocidades angulares ω y aceleración lineal a por aceleración angular α .

8.2. Demostración matemática 2

Usando la representación gráfica del MRUA, podemos deducir la ecuación $x - t$ usando la hipótesis:

Área bajo la figura $v-t =$ Variación de la posición

para la gráfica $v - t$. Al ser la gráfica $v - t$ una recta (suponiendo aceleración positiva), y suponiendo una velocidad inicial v_0 , en un tiempo t la velocidad vale ($t_0 = 0s$ por simplicidad): $v = at$. Hay dos áreas que sumar. El rectángulo asociado a v_0 y t , de área $A_1 = v_0t$, y el área del triángulo determinado por el segmento de recta de la aceleración, $A_2 = \frac{1}{2}bh$. La base es el tiempo y la altura es precisamente at , luego $A_2 = \frac{1}{2}at \cdot t = \frac{1}{2}at^2$. La suma total nos queda:

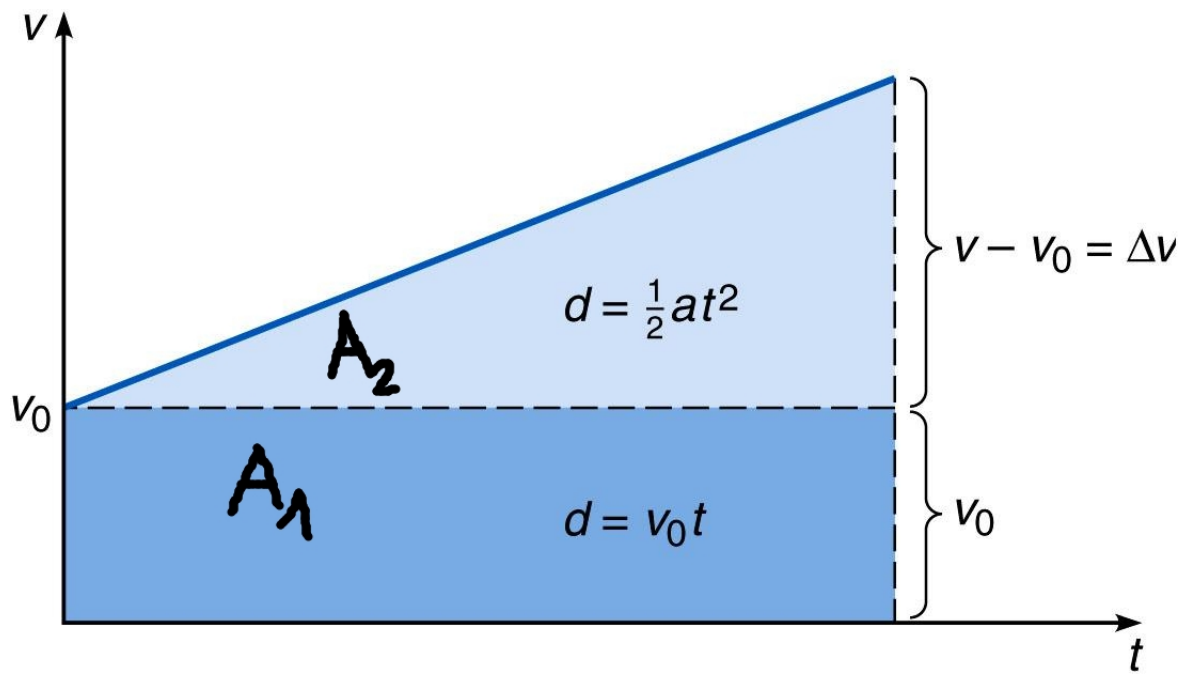
$$A_T = A_1 + A_2 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Pero el área total según hemos visto es igual a $x - x_0$, la variación de la posición, luego hemos deducido que

$$x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \leftrightarrow x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

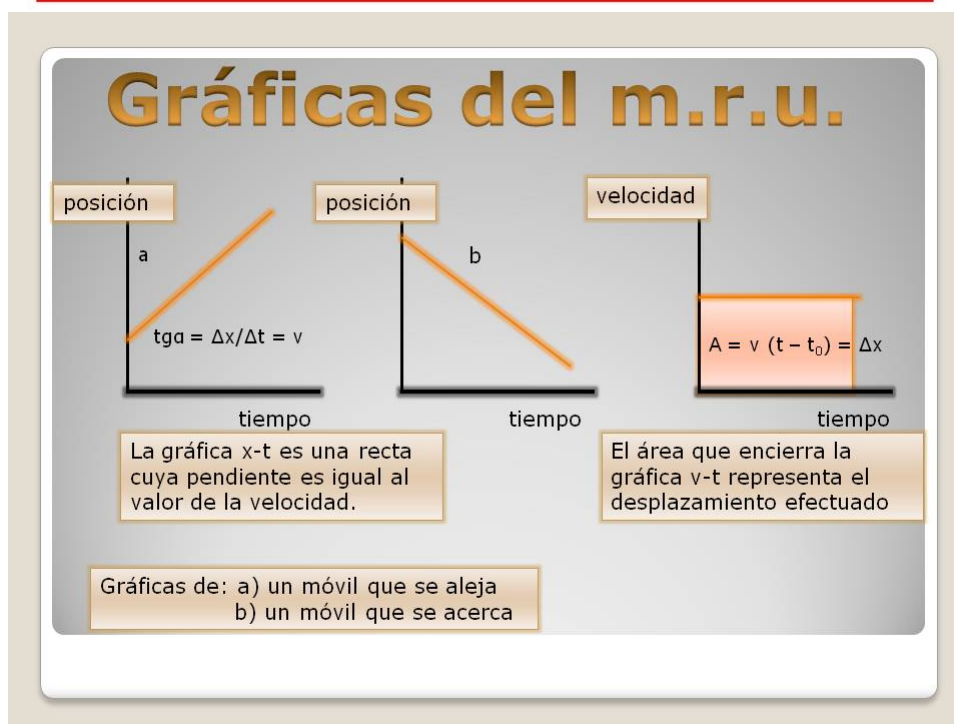
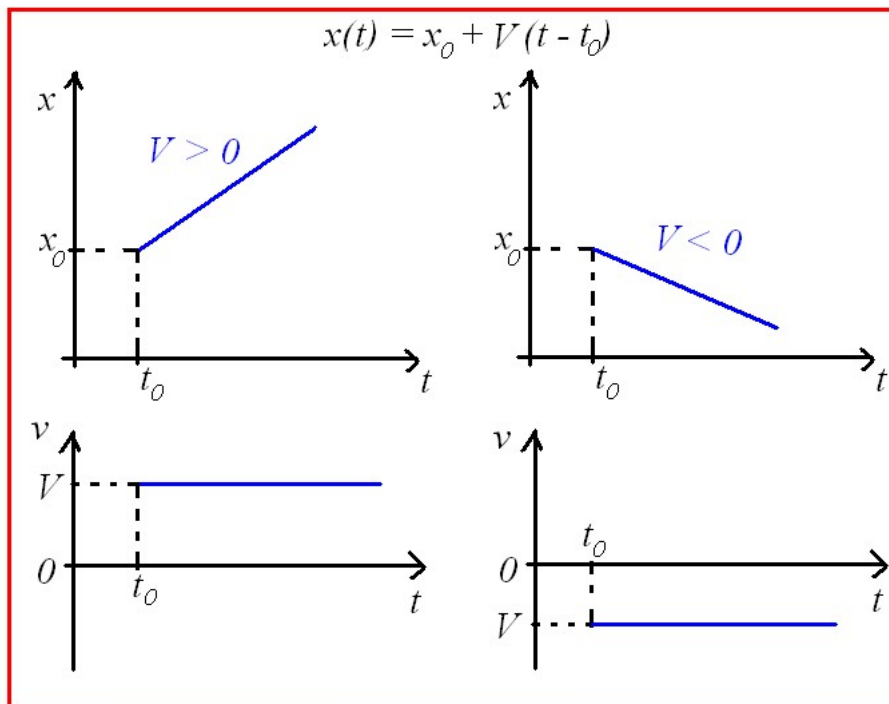
Quod erat demonstrandum (Q.E.D.). En latín, “como queríamos probar”. Οπερ έδει δείξαι (O.E.Δ.). En griego, leído como “Όper Έδει Deixai”, significa o traduce como “que era lo que pedían que demostrásemos”. Esta frase helénica era con la que los primeros matemáticos y físicos como Euclides y Arquímedes terminaban sus demostraciones teóricas o experimentales en sus diferentes escritos.

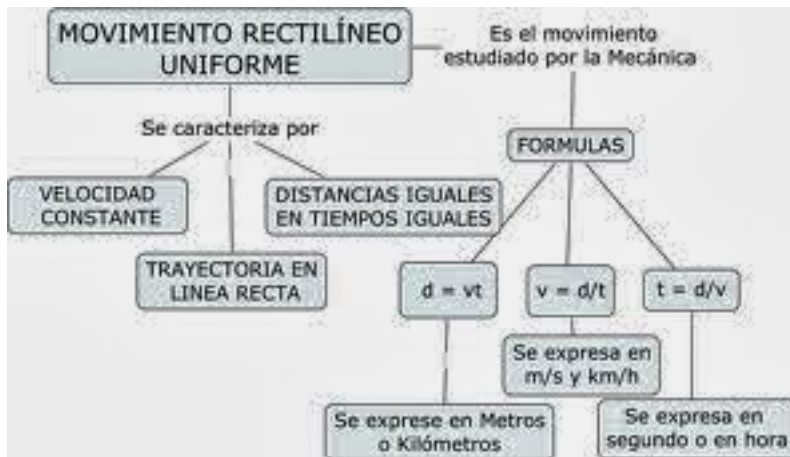
El dibujo para esta demostración es el siguiente (notad que en dicho dibujo ponemos un genérico t_0 que podemos fijar a cero a nuestra voluntad):



9. Gráficas y algunos esquemas

MRU

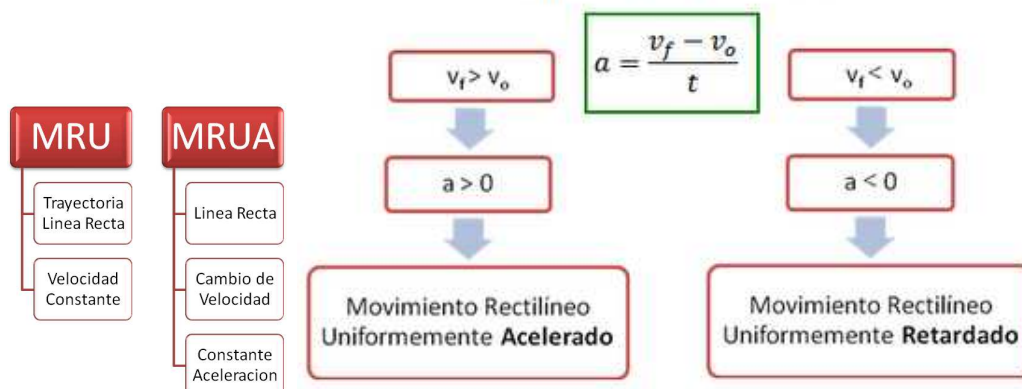




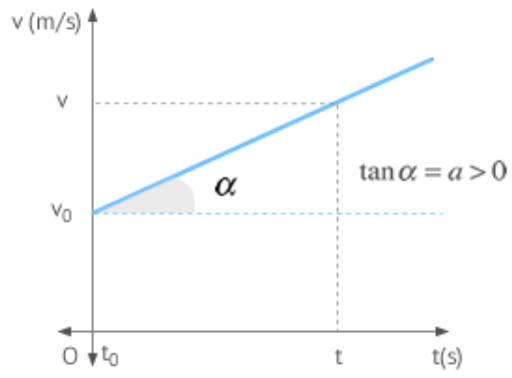
MRU vs. MRUA



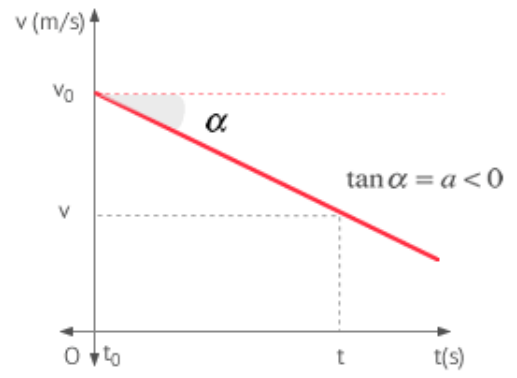
Signos de la aceleración (\pm)



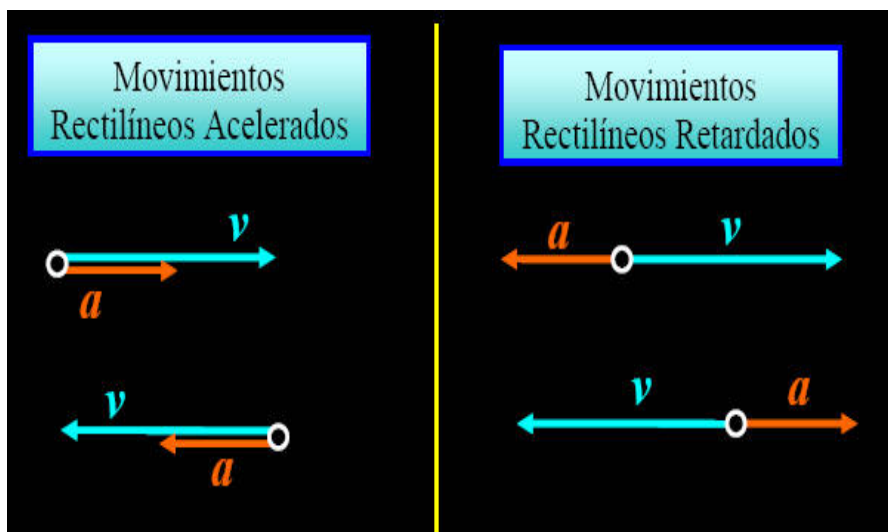
Gráfica v-t en m.r.u.a.



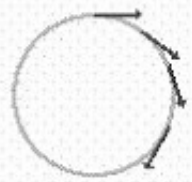
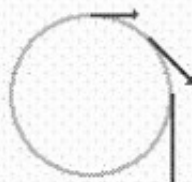
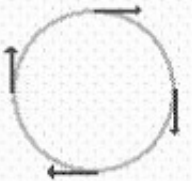
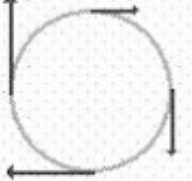
velocidad positiva

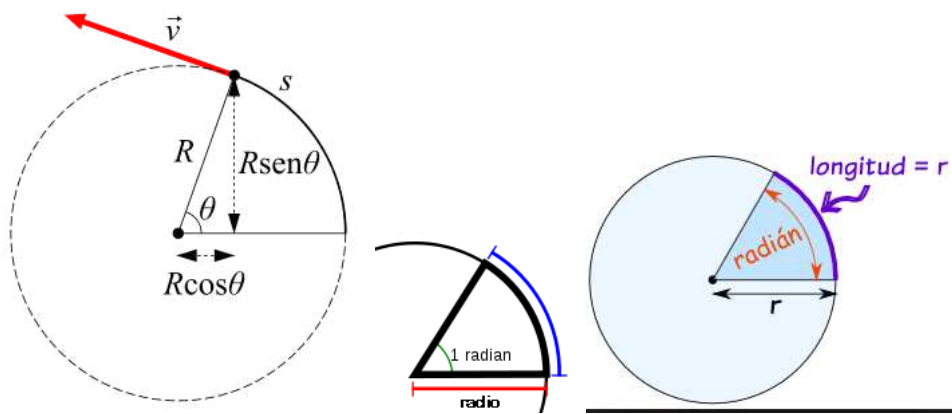


velocidad negativa



MCU y MCA

M.C.U.	M.C. NO UNIFORME
	
	



Cuadro útil

	MRU (Mov. Rectilíneo uniforme)	MRUA (Mov. Rectilíneo uniformemente acelerado)		
Ecuación de posición	$x_f = x_0 + v \cdot (t - t_0)$	$x_f = x_0 + v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$		Ecuación de posición
Ecuación de la velocidad	$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$	Ecuación de la velocidad (también llamada «Ecuación de la velocidad instantánea»)	$v_f = v_0 + a \cdot (t - t_0)$ $v_f^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x_f - x_0)$	Ecuaciones de la velocidad
		Ecuación de la velocidad media	$v_{med} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$	
Ecuación de la aceleración	NO TIENE	$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$		Ecuación de la aceleración

Alfabeto griego

ANC.	CLASS.	NAME	CORRESP.	ANC.	CLASS.	NAME	CORRESP.				
A	A	α	alpha	a	1	N	N	ν	nu	n	50
B	B	β	beta	b	2	Ξ	Ξ	ξ	xi	x	60
Γ	Γ	γ	gamma	g, n ¹	3	Ο	Ο	ο	omicron	o	70
Δ	Δ	δ	delta	d	4	Π	Π	π	pi	p	80
E	E	ε	epsilon	e	5	Ϟ	Ϟ, ϟ		qoppa ³	q	90
F	F, Ϛ		digamma, w	w	6	P	P	ρ	rho	r, rh	100
			stigma ²			Σ	Σ	σ, Ϙ	sigma ⁴	s	200
Z	Z	ζ	zeta	z	7	T	T	τ	tau	t	300
H	H	η	eta	e	8		Υ	υ	upsilon	y, u ⁵	400
Θ	Θ	θ	theta	th	9		Φ	φ	phi	ph, f	500
I	I	ι	iota	i, j	10		X	χ	chi	ch	600
K	K	κ	kappa	k	20		Ψ	ψ	psi	ps	700
Λ	Λ	λ	lambda	l	30		Ω	ω	omega	o	800
M	M	μ	mu	m	40	Α	Ϻ		sampi ⁶	s	900

The regional archaic letters yot, sha and san are not included in the table. The letter san was the ancestor of sampi.

1. Only if before velars, i.e., before kappa, gamma, xi and chi.

2. 'Digamma' is the name used for the F-shaped form. It was mainly used as a letter (but also sometimes, in its lower-case form, as a number), whereas the shape and name 'stigma' is used only for the number. Both names were derived from the respective shapes; in fact, the stigma is a medieval, uncial version of the digamma. The name 'stigma' is derived from the fact that the letter looks like a sigma with a tau attached under it – though unfortunately not in all modern fonts. The original letter name, also giving its pronunciation, was 'waw'.

3. The version of qoppa that looks like a reversed and rotated z is still in occasional use in modern Greek. Unicode calls this version 'koppa'.

4. The second variant of sigma is used only at the end of words.

5. Upsilon corresponds to 'u' only as the second letter in diphthongs.

6. In older times, the letter sampi was positioned between pi and qoppa.



Планета есть колыбель разума, но нельзя вечно жить в колыбели.