



- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

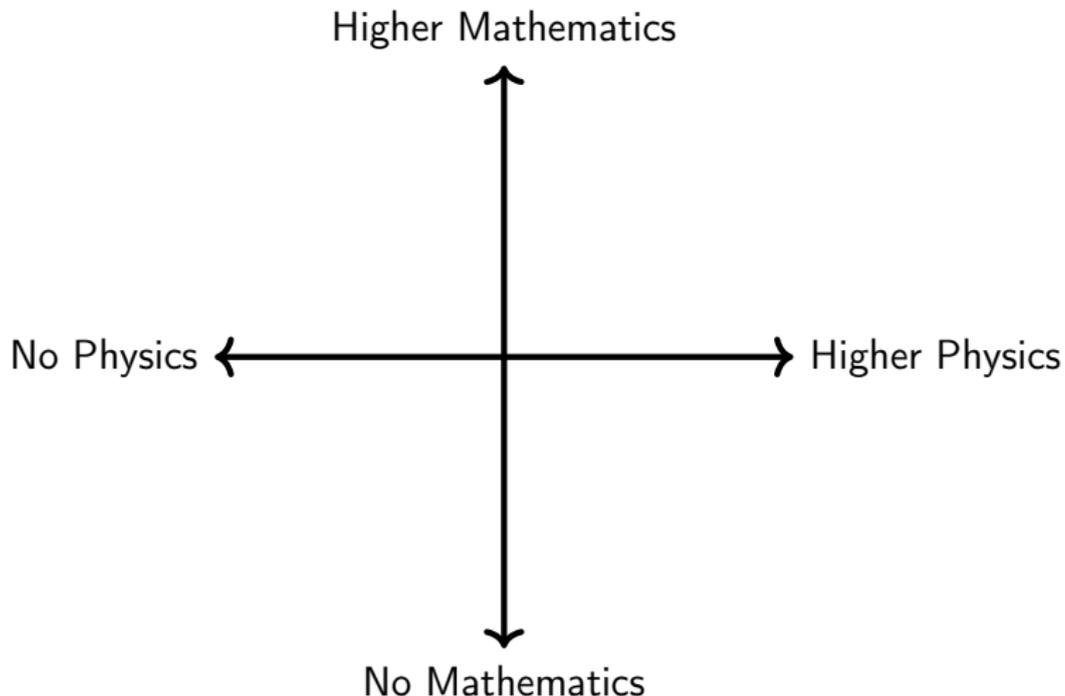
# What Phismatics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phismatics is compared to other approaches. . .

No Physics ←————→ Higher Physics

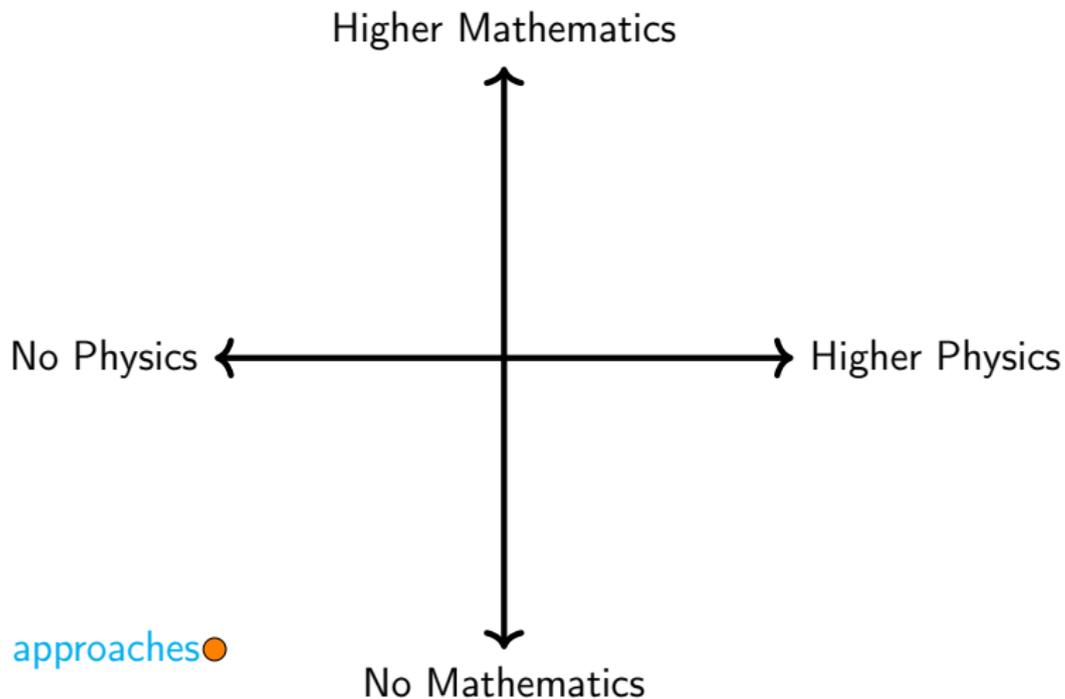
# What Phisematics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phisematics is compared to other approaches. . .



# What Phisematics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phisematics is compared to other approaches. . .

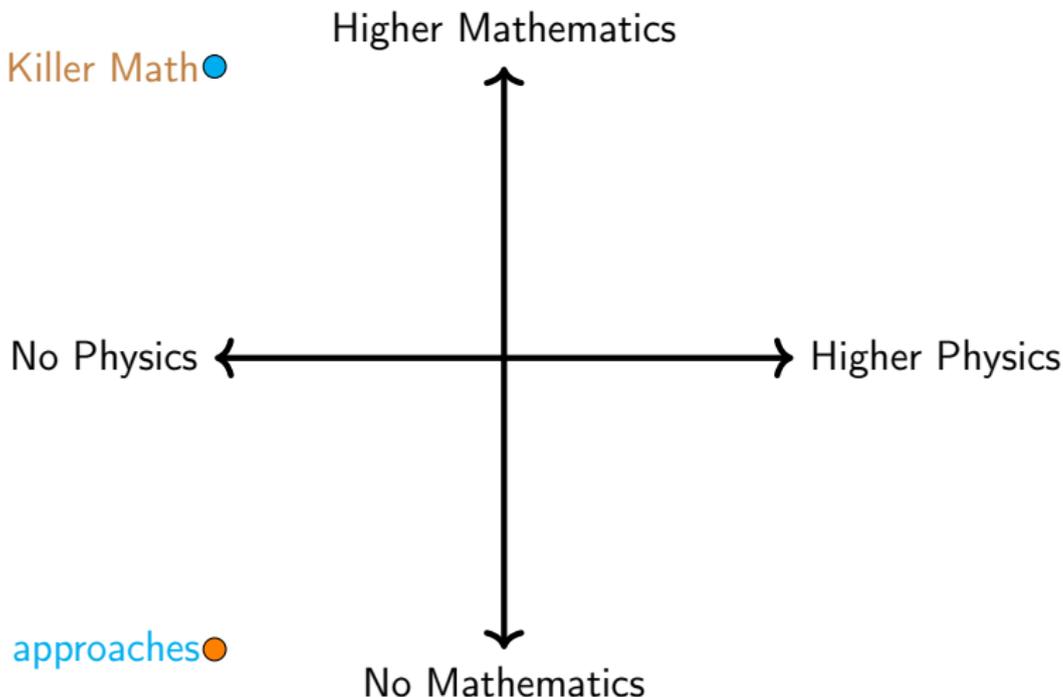


Fool approaches ●

# What Phisematics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phisematics is compared to other approaches. . .

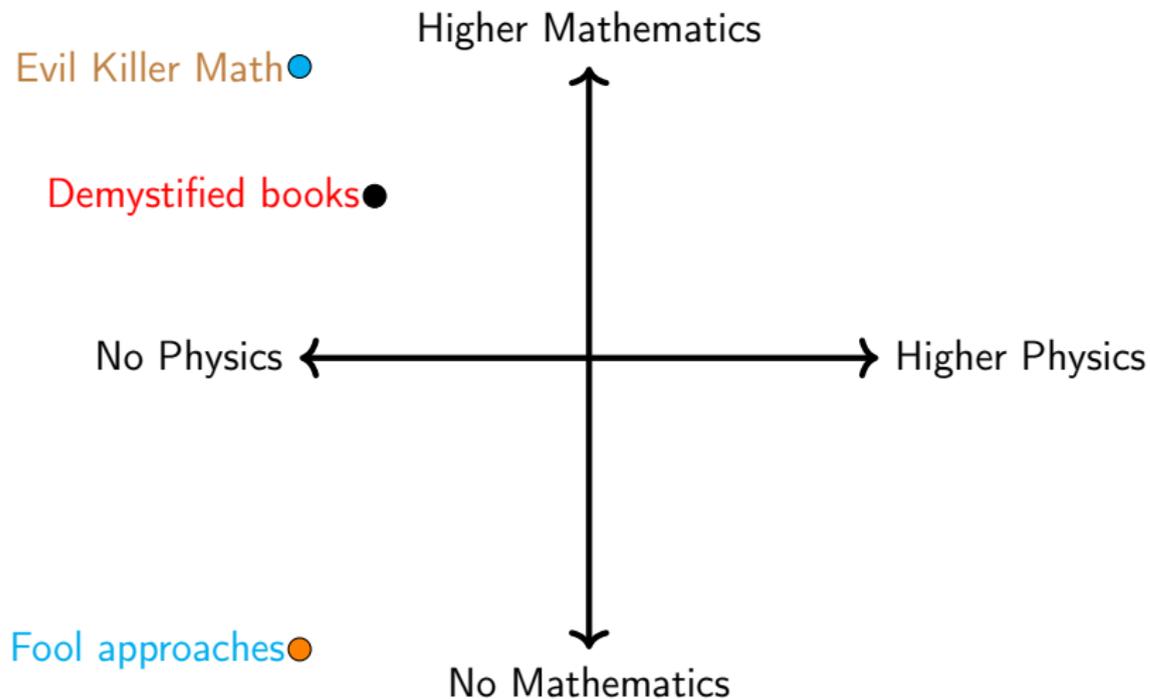
Evil Killer Math●



Fool approaches●

# What Phisematics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phisematics is compared to other approaches. . .

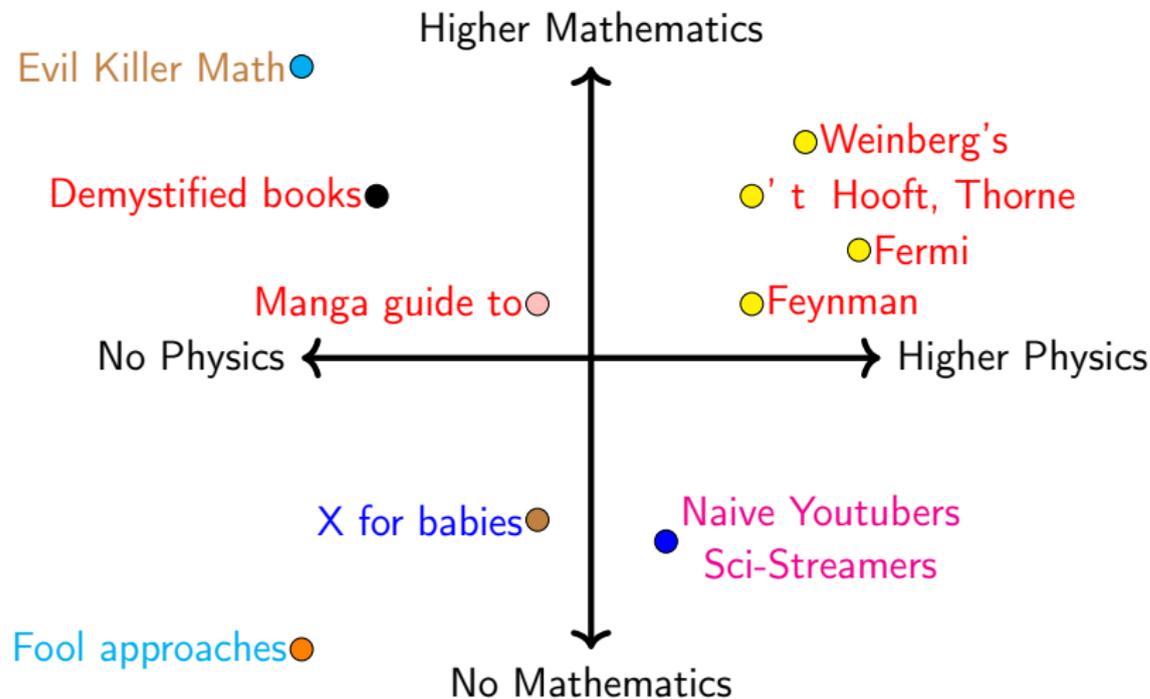






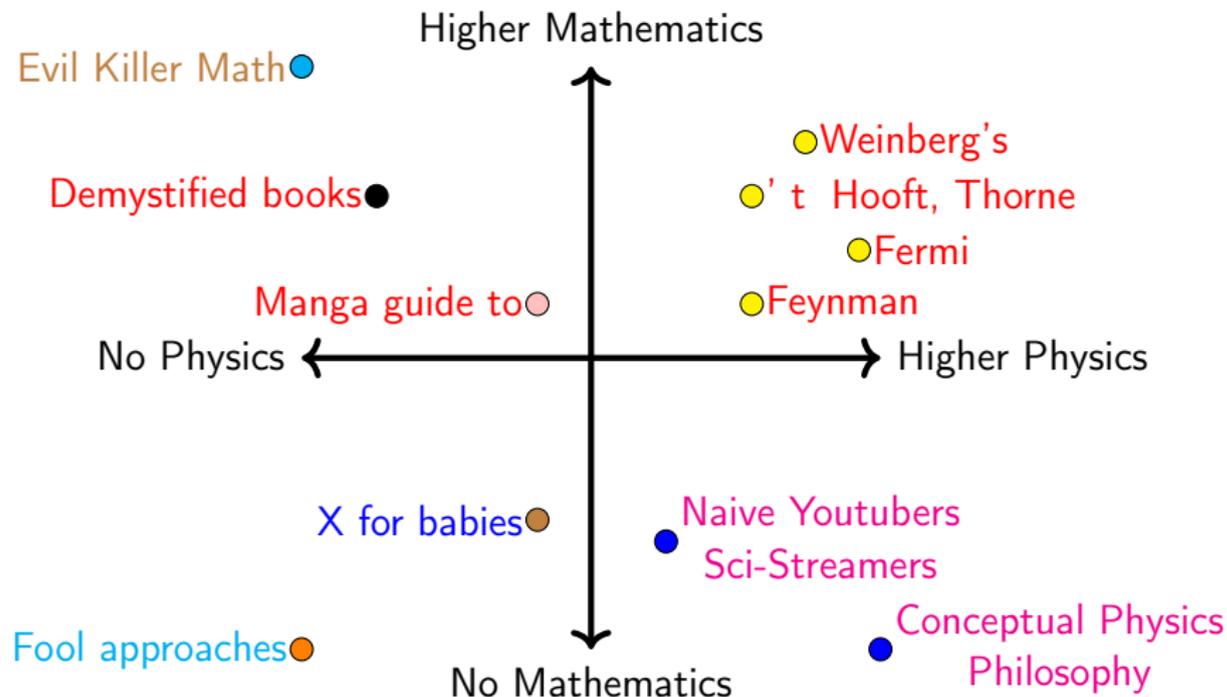
# What Phisematics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phisematics is compared to other approaches. . .



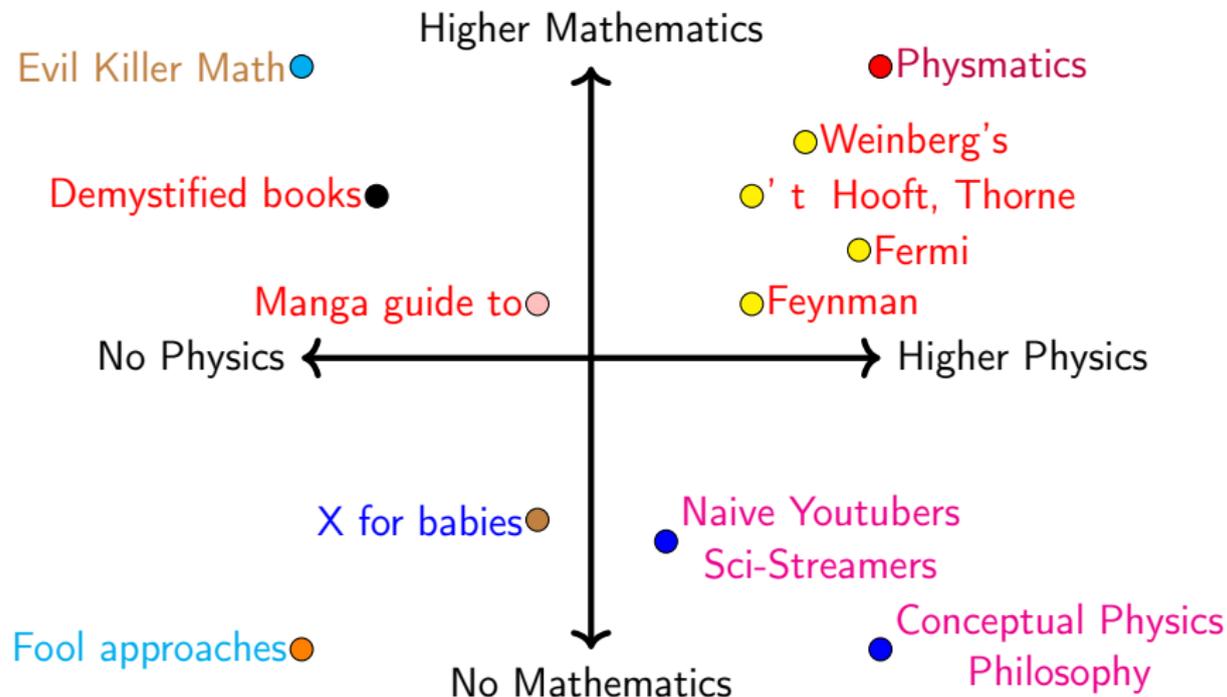
# What Phismatics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phismatics is compared to other approaches. . .



# What Phismatics IS/Lo que es la Fismática

Gráfica de lo que es la Ciencia de la Fismática en comparación a otros enfoques/Plot of what Phismatics is compared to other approaches. . .



# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática**
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

¿Estáis preparados para el viaje?



¿Seguro que estáis preparados para el viaje?





# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 **Tema 0: repaso**
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

## Moles y masa molar

Matemáticamente:

$$n = \frac{m(g)}{MM}$$

**Uso:** cuando me dan la masa o me dan la masa molar de la sustancia.

**Uso(II):** cuando me dan los moles y la masa molar, puedo calcular los gramos, despejando

$$m(g) = n \cdot MM$$

## Abundancia relativa y masa molar de un elemento $X$

Todo elemento de la Tabla Periódica viene en forma de varios isótopos, que tienen ciertas abundancia isotópicas relativas  $A_i(X)$ . La masa atómica de un elemento que figura en la Tabla Periódica es, en realidad, la suma ponderada de las masas atómicas de los diferentes isótopos de  $X$ , que podemos denotar por  $X_i$ , cada uno con una abundancia relativa natural  $A_i(X_i)$  en tanto por uno (o por ciento). Entonces, la masa atómica molar de un elemento es

$$m(X) = MM(X) = \sum_i A_i(X_i) m_i(X_i) \quad (1)$$

y donde  $A_i(X_i)$  es la abundancia relativa del isótopo  $X_i$ , con masa molar  $m_i(X_i)$ .

# Partículas y número de Avogadro

Un mol, en el S.I., está relacionado con la constante de Avogadro

$$N_A \approx 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

## Ecuaciones para el número de partículas y moles

El número  $N$  de partículas es

$$N = n \cdot N_A$$

**Uso:** Calcular el número de partículas. **Uso(II):** Calcular el número de moles.

$$n = \frac{N}{N_A}$$

# Masa y partículas

Combinando los casos anteriores, podemos calcular la masa de un determinado número de partículas porque igualando

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m(g)}{MM}$$

Por tanto, tendremos que

## Masa y número de partículas

Para calcular la masa de un determinado número de partículas  $N$ , sabiendo la masa molar y el valor de la constante o número de Avogadro  $N_A$ , se usa la expresión:

$$m(g) = \frac{N}{N_A} \cdot MM$$

Para un gas igual o perfecto se cumple la siguiente ecuación de estado.

## Ecuación de estado del gas ideal

$$PV = nRT$$

**Uso:** Hallar el volumen conocida la presión  $P$ , la temperatura  $T$ , y los moles  $n$ , o bien calcular cualquiera de las 4 variables ( $P, V, n, T$ ), conocidas 3 de ellas.

Generalmente,  $P$  se da en atmósferas (atm),  $V$  en litros, y  $T$  en kelvin, por lo que la constante de los gases en estas unidades es

$$R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

En unidades del S.I.:  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  **Comentario:**

$$R = k_B \cdot N_A$$

## Ley de Dalton de las presiones parciales

Para un gas que sea mezcla de varios gases o componentes, se tiene que

$$P_i = \chi_i P_T \quad (2)$$

donde  $\chi_i$  es la fracción molar de la especie  $i$ -ésima, y  $P_T$  es la presión total, dada por la suma de presiones parciales de cada gas:

$$P_T = \sum_i P_i = \sum_{i=1}^N P_i = P_1 + P_2 + \dots + P_N \quad (3)$$

# Recuerda

**Recuerda:**  $1\text{atm} = 760\text{mmHg} = 1013\text{mb} = 101300\text{Pa} = 1013\text{hPa}$ .

**Recuerda(II):**  $T(K) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$ .

**Recuerda(III):**  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Recuerda(IV):** se denominan condiciones normales (c.n.) de presión y temperatura a  $P = 1\text{atm}$ ,  $T = 0^{\circ}\text{C} = 273\text{K}$ ; se denominan condiciones estándar (c.e.) de presión y temperatura a  $P = 1\text{atm}$ ,  $T = 25^{\circ}\text{C} = 298\text{K}$ .

**Mnemotecnia: PaVo=RaTón.** O también, frases como  
*Pues Vale, no Recuerdo Todo*  
*Poderes Valiosos (Venusianos) no Requieren Telequinesis*  
(Teletransportación)  
o cualquier otra que produzca vuestra imaginación.

# Disoluciones(I)

Las disoluciones son mezclas homogéneas con un soluto y disolvente. La concentración es la medida de cuánto soluto hay en la disolución. Hay varias formas de medir la concentración

## Gramos por litro

Si simplemente dividimos la masa en gramos de soluto  $M_s$  entre el volumen en litros de disolución  $V$ , tenemos la concentración de una disolución en  $g/L$  (ó  $g/mL$  u otras unidades)

$$C(g/L) = \frac{\text{Masa en gramos de soluto}}{\text{Volumen en litros de disolución}} = \frac{M_s(g)}{V(L)}$$

## Porcentaje en masa y volumen

Si conocemos la masa de soluto y disolvente  $M_s, M_d$ , o el volumen de soluto y disolvente  $V_s, V_d$ , conocemos la masa total y el volumen total de disolución  $m = M_s + M_d$ , y  $V = V_s + V_d$ . Entonces definimos la concentración en porcentaje de masa y volumen como sigue:

$$C(\%, m) = \frac{M_s}{m} \cdot 100 = \frac{\text{Masa de soluto}}{\text{Masa de disolución}} \cdot 100$$

y donde la masa de soluto y disolvente está en las mismas unidades, generalmente en gramos en Química.

$$C(\%, V) = \frac{V_s}{V} \cdot 100 = \frac{\text{Volumen de soluto}}{\text{Volumen de disolución}} \cdot 100$$

## Molaridad y molalidad

En Química, es frecuente trabajar con moles, por lo que hay varias formas de dar la concentración con moles. La más frecuente es la molaridad  $M$  que mide los moles por litro (partido por litro, L) de disolución  $M = \text{mol/L}$ :

$$M = \frac{\text{Moles de soluto}}{\text{Volumen de disolución en litros}} = \frac{n_s}{V_d(L)}$$

La molalidad  $m$  (no confundir con masa) es

$$m = \frac{\text{Moles de soluto}}{\text{Masa en kg de disolvente}} = \frac{n_s}{M_d(\text{kg})}$$

## Fracción molar

La fracción molar  $X_i$  (sin unidades) de una especie química o compuesto/sustancia  $i$  es igual al número de moles de la sustancia  $i$  ( $n_i$ ) entre el número de moles totales  $n_t$ :

$$X_i = \frac{n_i}{n_t}$$

Si solamente hay un soluto y un disolvente, las fracciones molares de soluto  $X_s$  y disolvente  $X_d$  satisfacen las ecuaciones:

$$X_s = \frac{n_s}{n_t}$$

$$X_d = \frac{n_d}{n_t}$$

$$n_t = n_s + n_d$$

$$X_s + X_d = 1$$

# Recuerda

¿Cuándo se usan unas formas de concentración y cuándo otras? Depende del contexto y la situación. En industria alimentaria, y otras áreas, se prefiere los tantos por ciento en masa y volumen o el g/L (ó  $g/mL$ ). En Química, es más habitual usar la molaridad y la fracción molar, en menor medida la molalidad.

**Recuerda:** no confundir concentración con densidad. La densidad mide la masa total (no solamente la de soluto) en un volumen

$$d = \frac{m}{V}$$

La densidad se mide en  $kg \cdot m^{-3}$  o en  $g/cm^3$  ( $g/c.c.$ ) habitualmente.

## Ley de Lavoisier

En toda reacción química (no nuclear) se conserva la masa y el número de átomos de cada elemento que intervienen en ella, pudiendo cambiar las identidades de los compuestos o moléculas. Matemáticamente:

$$\sum_{\text{reactivos}} M_{\text{reactivos}} = \sum_{\text{productos}} M_{\text{productos}}$$

$\leftrightarrow$

$$\sum_{i=1}^r M_i = \sum_{j=1}^s M_j$$

(4)

Para las masas, y para los átomos de las diferentes especies:

$$\sum_{\text{reactivos}} N(x, \text{reactivos}) = \sum_{\text{productos}} N(x, \text{productos}) \quad (5)$$

para el número de átomos de  $x$  en reactivos y productos (para una ecuación o reacción química balanceada o ajustada, el número de átomos de cada tipo en reactivos y productos es el mismo).

## Aumento ebulloscópico y descenso crioscópico

El aumento del punto de ebullición y el descenso del punto de fusión o congelación debido a la adición de un soluto se calcula mediante las expresiones:

$$\Delta t_e = m K_{eb}$$

donde la  $m$  es molalidad y  $K_{eb}$  es la constante ebulloscópica, mientras que

$$\Delta t_c = m K_c$$

donde  $K_c$  es la constante crioscópica.

# Propiedades coligativas(II)

En el caso del aumento ebulloscópico, se introduce a veces el llamado factor de van't Hoff (por Jacobus Henricus van't Hoff): es un parámetro que indica la cantidad de especies presentes que provienen de un soluto tras la disolución del mismo en un solvente dado. Se lo denomina "  $i$ ". Si un electrolito u otro compuesto se disocia en  $q$  iones distintos al disolverse, siendo  $\alpha$  el grado de disociación del electrolito, entonces el factor de van't Hoff será:  $i = 1 + \alpha \cdot (q - 1)$ , y  $\Delta t_e = i \cdot m \cdot K_{eb}$ .

## Aumento de la presión de vapor y presión osmótica

El aumento de la presión de vapor y el valor de la presión osmótica debido a la naturaleza de un soluto en una membrana se calcula con las expresiones:

$$\Delta P = \chi_s P_0, \quad \Pi = MRT$$

## Pureza

$$\mathcal{P} = \text{Pureza} = \frac{\text{Cantidad de materia pura}}{\text{Cantidad de materia total}} \cdot 100 \quad (6)$$

## Rendimiento

$$\mathcal{R} = \text{Rendimiento} = \frac{\text{Cantidad de sustancia real producida}}{\text{Cantidad de sustancia teórica}} \cdot 100 \quad (7)$$

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica**
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

## Hipótesis cuántica de Planck

Todo fotón no tiene una energía arbitraria sino viene dada en paquetes o unidades mínimas denominadas cuantos de energía. Par un fotón simple, se verifica:

$$E = hf = \hbar\omega \quad (8)$$

donde  $h$  es la constante de Planck y  $\hbar = h/2\pi$  es la constante de Planck racionalizada.

## Ley de Einstein del efecto fotoeléctrico

La frecuencia final de un fotón  $f$  que es capaz de arrancar electrones de un metal, que salen con velocidad  $v_e$ , verifica la relación

$$hf = hf_0 + E_c \quad \leftrightarrow \quad hf = hf_0 + \frac{1}{2}m_e v_e^2 \quad (9)$$

donde  $W_e = hf_0$  es el trabajo de extracción del metal,  $m_e$  es la masa del electrón, y el potencial de frenado se define como  $V_f = hf_0/e = E_c(max)/e$ .

# Modelo de Bohr(I)

## Modelo de Bohr

La cuantización del momento angular  $L = pr = mvr = nh$ , con  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ , conlleva el espectro de la fórmula de Balmer

$$\Delta E(n_1, n_2) = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (10)$$

y donde  $n_1 < n_2$  para transiciones de niveles excitados  $\Delta E > 0$ , y  $n_2 < n_1$  para transiciones de desexcitación  $\Delta E < 0$ .  $R$  es la constante de Rydberg, que tiene un valor de  $13,6\text{eV} = 2,18 \cdot 10^{-18}\text{J}$ , y se puede expresar en términos de magnitudes más fundamentales.

# Modelo de Bohr(II)

La fórmula de Balmer se puede escribir para número de ondas  $\bar{k} = 1/\lambda$  como sigue

$$\Delta\bar{k}(n_1, n_2) = \bar{R} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (11)$$

y donde ahora la constante de Rydberg en número de ondas es  $\bar{R} = R/hc = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$ . Los niveles de energía o capas, están cuantizados en radios por la expresión

$$r_n = a_0 n^2, \quad n \in \mathbb{Z}^+ = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (12)$$

y donde  $a_0 = 0,53\text{\AA} = 5,3 \cdot 10^{-11} m$  es el radio de Bohr.

- De todos los modelos atómicos, el primero que usó las ideas cuánticas fue el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno.
- Pero solamente funcionara para átomos con un electrón hidrogenoides.
- En dicho modelo, además de usar las ideas cuánticas, y aunque se mantiene la imagen clásica de átomo, se puede explicar el espectro del átomo de hidrógeno (sin incluir efectos adicionales mecanocuánticos como el efecto Stark, el desdoblamiento de líneas espectrales debido a un campo magnético, llamado efecto Zeeman, o el efecto del espín del electrón sobre el espectro, efecto Zeeman anómalo).

Intentando extender el modelo para incluir correcciones relativistas, Sommerfeld introduce las cuantizaciones adiabáticas o acción-ángulo:

$$\int p_i dq = n_i h \quad (13)$$

que llevaban en general a órbitas elípticas del electrón. Pero la cantidad de evidencias que dejaba sin explicar esta corrección relativista, fue lo que obligó a la introducción del modelo cuántico del átomo y partículas subatómicas.

# Modelo mecanocuántico(I)

Usando relaciones cinemáticas relativistas, y la idea subyacente de dualidad, De Broglie propone que toda partícula tiene una longitud de onda asociada:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} \quad (14)$$

Para el caso no relativista con masa, el momento  $p = mv$  y

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} \quad (15)$$

Para el caso relativista con masa, el momento  $p = m\gamma v = Mv$ , y

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m\gamma v} = \frac{h}{mv} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (16)$$

## Modelo mecanocuántico(II)

Para “fotones”, o más generalmente partículas relativistas sin masa (fotones, gluones, gravitones,...) se tiene

$$E_{\gamma} = \frac{hc}{\lambda} = hf \rightarrow \lambda_{dB} = \frac{hc}{E} = \frac{h}{p} \quad (17)$$

porque  $E = pc$  para el caso de partículas relativistas sin masa. Nótese que en relatividad  $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ ,  $E = mc^2$  es la masa en reposo, mientras que  $E = Mc^2 = m\gamma c^2$  es la energía total relativista, y la energía cinética relativista sería  $E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$ .

# Modelo mecanocuántico(III)

La idea de longitud de onda de De Broglie permite ya introducir el concepto de microscopio con partículas cuánticas. Un microscopio es simplemente el resultado de arrojar fotones sobre algo y reconstruir una imagen...Eso mismo puede hacerse con electrones y en general cualquier otra partícula-X:

## Electron microscope

$$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} \quad (18)$$

## X-particle microscope

$$\lambda_x = \frac{h}{\sqrt{2m_x ZeV}} \quad (19)$$

## Electron microscope(II)

$$\lambda_e = \frac{12,25 \cdot 10^{-10} m}{\sqrt{V}} = \frac{1,225 nm}{\sqrt{V}} \quad (20)$$

## X-particle microscope(II)

$$\lambda_e = \frac{12,25 \cdot 10^{-10} m}{\sqrt{N_X Z_X V}} = \frac{1,225 nm}{\sqrt{N_X Z_X V}} \quad (21)$$

## Relativistic electron microscope

$$\lambda = \frac{h}{p} = h \left[ 2m_e eV \left( 1 + \frac{eV}{2mc^2} \right) \right]^{-1/2} \quad (22)$$

## Relativistic X-particle microscope

$$\lambda = \frac{h}{p} = h \left[ 2m_X Z_X eV \left( 1 + \frac{Z_X eV}{2m_X c^2} \right) \right]^{-1/2} \quad (23)$$

# Modelo mecanocuántico(VII)

El mundo subatómico se describe mediante una teoría llamada Mecánica Cuántica, de la que el modelo estándar es la variante más elaborada. A nivel de los átomos y moléculas, la Mecánica Cuántica puede ser descrita con bastante precisión en general por la ecuación de Schrödinger:

## Ecuación de Schrödinger

$$H\Psi = (T + V)\Psi = E\Psi \quad (24)$$

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + V \right) \Psi = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \Psi = E\Psi$$

# Modelo mecanocuántico(VIII)

$\Psi$  es la denominada función de onda, generalmente un número complejo, cuyo módulo, según Born (no confundir con Bohr),  $|\Psi|^2 = \Psi^*\Psi$ , se interpreta como la probabilidad de encontrar a la partícula en una localización determinada en el espacio-tiempo.

La versión relativista de la ecuación de Schrödinger se denomina ecuación de Dirac. Acoplada a un campo electromagnético tiene la expresión

## Ecuación de Dirac

$$(i\hbar\Gamma^\mu\partial_\mu - e\Gamma^\mu A_\mu + mcl)\Psi = 0 \quad (25)$$

# Modelo mecanocuántico(IX)

La ecuación de Dirac o de Schrödinger son ecuaciones lineales, que predicen los niveles de energía de partículas relativistas o no relativistas, según el caso. Sus soluciones satisfacen el principio de superposición  $\Psi = \sum_i c_i \psi_i$ , así como las partículas cuánticas satisfacen el principio de indeterminación de Heisenberg y la ecuación de Dirac predice la existencia de antimateria.

## Principio de Heisenberg

Dos variables mecanocuánticas conjugadas  $A, B$ , cuyo producto dimensional tiene dimensiones de acción, no pueden conocerse simultáneamente sin influir en la otra (el conocimiento de una, dificulta el conocimiento de la otra), mediante la ley general

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle| \quad (26)$$

Las 2 relaciones de indeterminación más usuales son las de posición y momento, y la de energía y tiempo:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (27)$$

# Contenido

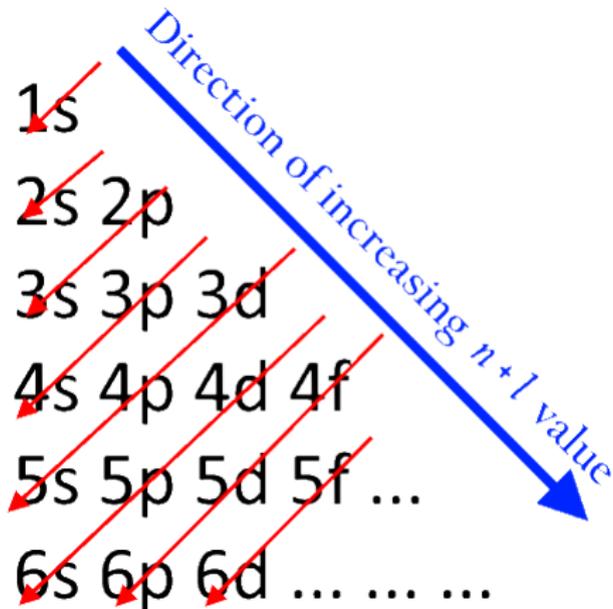
- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas**
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

# Números cuánticos y configuraciones

- Número cuántico principal  $n$ . Toma valores enteros positivos,  $n \in \mathbb{Z} = 1, 2, \dots, \infty$ . Indica la energía del electrón u orbital. Indica la capa donde estamos, espectroscópicamente  $K, L, M, \dots$
- Número cuántico secundario  $l$ . Toma valores enteros positivos incluyendo al cero, desde 0 hasta  $n - 1$ .  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ . Indica la forma del orbital, y está relacionado con el momento angular orbital  $L^2 = l(l + 1)\hbar^2$ . Orbitalmente, indica la subcapa (s,p,d,f,...)
- Número cuántico magnético  $m$ . Toma valores enteros desde  $-l$ , hasta  $+l$ , i.e.,  $m \in [-l, +l]$ . Se relaciona con el valor de la proyección del momento angular en una dirección espacial dada, i.e.,  $L_z$ , como  $L_z = m_l\hbar$ . Indica la orientación espacial o de energía del orbital
- Número cuántico de espín  $s$ . Toma valores, en un electrón, igual a  $-1/2, +1/2$ , i.e.,  $s_-, s_+$ , donde se ve que el espín electrónico es bivalorado  $s_{\pm} = s\hbar/2$ . Indica el estado de espín de un electrón (o más generalmente de una partícula cuántica, que estará entre  $-s$  y  $s$ , a pasos de un entero como ocurre en  $m_l$ ).

# Configuración electrónica

Para realizar una configuración electrónica, hay una serie de reglas que seguir, denominadas principio de Aufbau, y que se condensan generalmente en el denominado diagrama de Möller:



- En una capa, caben  $2N^2$  electrones, y en una subcapa  $2(2l + 1)$  electrones.
- Los principios adicionales, además del Aufbau, para una configuración electrónica son: principio de exclusión de Pauli (un electrón no puede tener los 4 números cuánticos iguales), regla de Hund (máxima multiplicidad, tiene excepciones por estabilidad energética en algunas configuraciones de elementos de transición).

# Enlace químico

- El enlace químico es la unión entre átomos para lograr una especie química con menor energía que la que tendrían separadamente. Hay 3 tipos generales de enlace: iónico, covalente y metálico.
- Las moléculas tienen una geometría molecular que puede estudiarse con diferentes modelos: teoría de la repulsión electrónica de los pares de electrones de la capa de valencia, la teoría de la hibridación, y la teoría de los orbitales moleculares y de forma numérica con la ecuación de Schrödinger o Dirac.

## Enlace químico(II)

- El modelo A-X-E y la TREC V proporciona un modelo cualitativo para la deducción de la geometría molecular aproximada, en donde se puede deducir la polaridad de la molécula mediante la magnitud  $\vec{\mu} = \sum_i q_i \Delta \vec{r}_i$ , llamada momento dipolar eléctrico, que se suele medir en debyes (D).  $1D \approx 3,34 \cdot 10^{-30} C \cdot m$ .
- A nivel de enlaces moleculares, circa 2020, existen los orbitales moleculares de tipo  $\sigma, \pi, \delta, \phi$ , que dependen también de la multiplicidad del enlace covalente. En general, átomos y moléculas buscan configuraciones de mínima energía y máxima estabilidad. El octeto electrónico  $ns^2 np^6$  es una configuración muy estable, pero existen moléculas y átomos con octeto reducido u ampliado. Por ejemplo:  $BeCl_2, SF_6, He, \dots$

# Tipos de enlace

- Enlace iónico. Alto número de coordinación. Tiene una energía reticular que se puede calcular mediante el ciclo de Born-Haber. La energía reticular se puede escribir según la siguiente expresión (de Born-Landé):

$$U_r = \frac{K_C Z_1 Z_2 e^2 N_A \mathcal{M}}{d_0} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \quad (28)$$

- Enlace covalente. Hay enlaces covalentes de red y moleculares.
- Enlace metálico. Teoría de la nube electrónica. Teoría de bandas y gap de energía.

# Geometría molecular y modelo AXE+TREC(V)(I)

Number of Electron Dense Areas	Electron-Pair Geometry	Molecular Geometry				
		No Lone Pairs	1 lone Pair	2 lone Pairs	3 lone Pairs	4 lone Pairs
2 	Linear	 Linear				
3 	Trigonal planar	 Trigonal planar	 Bent			
4 	Tetrahedral	 Tetrahedral	 Trigonal pyramidal	 Bent		
5 	Trigonal bipyramidal	 Trigonal bipyramidal	 Sawhorse	 T-shaped	 Linear	
6 	Octahedral	 Octahedral	 Square pyramidal	 Square planar	 T-shaped	 Linear

# Geometría molecular y modelo AXE+TREC(VII)

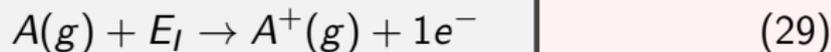
Geometry	Type	# of Electron Pairs	Ideal Bond Angle	Examples
linear	AB <sub>2</sub>	2	180°	BeCl <sub>2</sub>
trigonal planar	AB <sub>3</sub>	3	120°	BF <sub>3</sub>
tetrahedral	AB <sub>4</sub>	4	109.5°	CH <sub>4</sub>
trigonal bipyramidal	AB <sub>5</sub>	5	90°, 120°	PCl <sub>5</sub>
octohedral	AB <sub>6</sub>	6	90°	SF <sub>6</sub>
bent	AB <sub>2</sub> E	3	120° (119°)	SO <sub>2</sub>
trigonal pyramidal	AB <sub>3</sub> E	4	109.5° (107.5°)	NH <sub>3</sub>
bent	AB <sub>2</sub> E <sub>2</sub>	4	109.5° (104.5°)	H <sub>2</sub> O
seesaw	AB <sub>4</sub> E	5	180°, 120° (173.1°, 101.6°)	SF <sub>4</sub>
T-shape	AB <sub>3</sub> E <sub>2</sub>	5	90°, 180° (87.5°, <180°)	ClF <sub>3</sub>
linear	AB <sub>2</sub> E <sub>3</sub>	5	180°	XeF <sub>2</sub>
square pyramidal	AB <sub>5</sub> E	6	90° (84.8°)	BrF <sub>5</sub>
square planar	AB <sub>4</sub> E <sub>2</sub>	6	90°	XeF <sub>4</sub>

# Geometría molecular y modelo AXE+TREC(VIII)

Bonding electron pairs ↕	Lone pairs ↕	Electron domains (Steric #) ↕	Shape ↕	Ideal bond angle (example's bond angle) ↕	Example ↕	Image ↕
2	0	2	linear	180°	CO <sub>2</sub>	
3	0	3	trigonal planar	120°	BF <sub>3</sub>	
2	1	3	bent	120° (119°)	SO <sub>2</sub>	
4	0	4	tetrahedral	109.5°	CH <sub>4</sub>	
3	1	4	trigonal pyramidal	107°	NH <sub>3</sub>	
2	2	4	angular	109.5° (104.5°)	H <sub>2</sub> O	
5	0	5	trigonal bipyramidal	90°, 120°, 180°	PCl <sub>5</sub>	
4	1	5	seesaw	180°, 120°, 90° (173.1°, 101.6°)	SF <sub>4</sub>	
3	2	5	T-shaped	90°, 180° (87.5°, < 180°)	ClF <sub>3</sub>	
2	3	5	linear	180°	XeF <sub>2</sub>	
6	0	6	octahedral	90°, 180°	SF <sub>6</sub>	
5	1	6	square pyramidal	90° (84.8°), 180°	BrF <sub>5</sub>	
4	2	6	square planar	90°, 180°	XeF <sub>4</sub>	
7	0	7	pentagonal bipyramidal	90°, 72°, 180°	IF <sub>7</sub>	

## (Primera) Energía de ionización

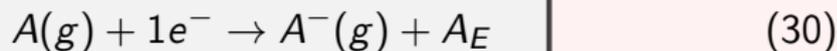
La energía (primera) de ionización  $E_I$  es la energía que hay que suministrar a un mol de átomos en su estado neutro, fundamental y gaseoso para que pierda un electrón:



Se pueden definir sucesivas energías de ionización. En un átomo, la energía de ionización aumenta hacia arriba en un grupo y hacia la derecha en un periodo.

## (Primera) Afinidad electrónica

La afinidad electrónica  $A_E$  es la energía que hay se desprende en un mol de átomos en su estado neutro, fundamental y gaseoso cuando acepta un electrón:



Se pueden definir sucesivas afinidades electrónicas. En un átomo, afinidad electrónica aumenta hacia arriba en un grupo, y hacia la derecha en un período.

# Propiedades periódicas(III)

- El radio atómico se puede definir como la mitad de la distancia internuclear entre dos átomos en unión bimolecular. El radio atómico de un átomo crece hacia la izquierda en un período y hacia abajo en un grupo.
- El carácter metálico de un átomo crece hacia la izquierda y hacia abajo en la Tabla Periódica.
- El radio iónico y el volumen atómico varían de forma más complicada.
- En el caso del radio iónico, sigue aproximadamente la misma tendencia periódica que el radio atómico, y el volumen atómico es más complicado, porque depende de los efectos de apantallamiento de carga por los electrones en los diferentes átomos.

# Fuerzas intermoleculares

Hay varios tipos de fuerzas que se establecen entre moléculas:

- Fuerzas de Van der Waals. Tiene 3 subtipos: fuerzas de Keesom, fuerzas de Debye y fuerzas de dispersión o de London. Las fuerzas de Keesom y de Debye son de dipolo permanente con potencial  $V \sim 1/r^6$ , mientras que las fuerzas de London o de dispersión son más débiles y tienen también similar potencial. Son más débiles que los enlaces covalentes o iónicos. Son fuerzas aditivas y no saturan. No tienen característica direccional, y son fuerzas de corto alcance o residuales. Salvo para la fuerza de dipolo-dipolo, no dependen de la temperatura.
- Enlaces iónicos.
- Enlaces ión-dipolo inducido.
- Enlace de hidrógeno (hidrógeno con F, O, N).

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)**
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

# Termodinámica química(I)

- La ley cero de la Termodinámica señala que, en equilibrio, existe una temperatura entre dos o más sistemas en contacto en una frontera.
- La primera ley de la Termodinámica y la Termoquímica señala que el cambio de la energía interna es igual a la variación de trabajo más la variación de calor de un sistema.

$$\Delta U = \delta Q + \delta W$$

- La segunda ley de la Termodinámica que le entropía de un sistema aislado no puede decrecer con el tiempo.

$$\Delta S = \oint \frac{dQ}{T}$$

$$\Delta S_U \geq 0$$

- La tercera ley de la Termodinámica indica que el cero absoluto es inalcanzable.

# Termodinámica química(II)

- Matemáticamente, solemos usar el criterio de signos egoísta con las funciones de estado.
- Una variación de calor positiva es calor absorbido.
- Una variación de calor negativa es calor desprendido o cedido.
- Una variación de trabajo positiva es una contracción del sistema.
- Una variación de trabajo negativa es una dilatación del sistema.
- Una variación de energía interna positiva, aumenta la energía interna, y si es negativa disminuye.

- 1 La entropía es una función de estado que mide el desorden, o más precisamente, el número de configuraciones microscópicas o grados de libertad posibles para un sistema de estado macroscópico.
- 2 Boltzmann dedujo en el siglo XIX a partir de la teoría atómico-molecular, que  $S = k_B \ln \Omega$ , donde  $\Omega$  es el número de microestados posibles compatibles para un macroestado dado.
- 3 Efectivamente, si solamente hubiera UN estado o configuración, la entropía sería cero. No ocurre así en general. Una manera graciosa de recordar las leyes termodinámicas es mediante la frase metafórica: “No puedes ganar, no puedes empatar, no puedes salirte del juego”.

# Termodinámica química(III)

- Una reacción es exotérmica si  $\Delta H_R^0 < 0$ , y endotérmica si  $\Delta H_R^0 > 0$ . El calor de reacción para  $n$  moles es  $\Delta Q = n\Delta H_R^0$ .
- Una reacción aumenta el desorden si  $\Delta S_R^0 > 0$ , y lo disminuye si  $\Delta S_R^0 < 0$ . El signo de  $\Delta S_R^0$  coincide generalmente con el de la variación de moles gaseosos de una reacción.
- La espontaneidad de una reacción se deduce con la energía libre de Gibbs.  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ . La temperatura de equilibrio es  $T_e = \Delta H/\Delta S$  (no existe para todas las reacciones). Una reacción es espontánea si  $\Delta G_R^0 < 0$ , y no espontánea si  $\Delta G_R^0 > 0$ .

## Entalpías y entropías de reacción según reactivos y productos

$$\Delta H_R^0 = \sum_p n_p \Delta H_f^0(\text{prod}) - \sum_r n_r \Delta H_f^0(\text{reac}) \quad (31)$$

$$\Delta S_R^0 = \sum_p n_p \Delta S_f^0(\text{prod}) - \sum_r n_r \Delta S_f^0(\text{reac}) \quad (32)$$

$$\Delta H_R^0 = \sum \Delta H_e(\text{rotos}) - \sum \Delta H_e(\text{formados}) \quad (33)$$

$$\Delta H_R^0 = \sum_i c_i \Delta H_i \quad (\text{Ley de Hess}) \quad (34)$$

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química**
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

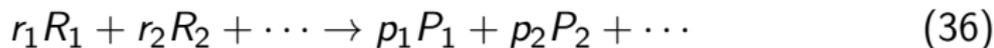
# Cinética química(I)

Se llama velocidad de reacción a la variación de la concentración de una especie química por unidad de tiempo. Matemáticamente:

$$\boxed{v = \frac{d[X]}{dt}} \quad \text{ó, a nivel incremental} \leftrightarrow \quad \boxed{v = \frac{\Delta[X]}{\Delta t}} \quad (35)$$

con unidades de  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Para una reacción general arbitraria



se define velocidad normalizada de reacción a las cantidades

$$V = -\frac{1}{r_1} \frac{d[R_1]}{dt} = -\frac{1}{r_2} \frac{d[R_2]}{dt} = \dots = +\frac{1}{p_1} \frac{d[P_1]}{dt} = +\frac{1}{p_2} \frac{d[P_2]}{dt} = \dots \quad (37)$$

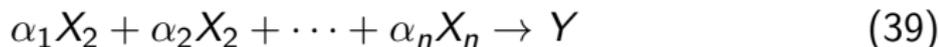
A nivel finito, también puede ponerse incrementos en vez de derivadas:

$$V = -\frac{1}{r_1} \frac{\Delta [R_1]}{\Delta t} = -\frac{1}{r_2} \frac{\Delta [R_2]}{\Delta t} = \dots = +\frac{1}{p_1} \frac{\Delta [P_1]}{\Delta t} = +\frac{1}{p_2} \frac{\Delta [P_2]}{\Delta t} = \dots \quad (38)$$

# Velocidad de reacción

Para una reacción arbitraria, hay una reacción empírica arbitraria, a una temperatura dada fija, entre concentraciones de reactivos y la velocidad de reacción  $V$ .

Sea la reacción



la ecuación de velocidad es la relación

$$V = k(T) \prod_{i=1}^n [X_i]^{\alpha_i} = k [X_1] [X_2] \cdots [X_n] \quad (40)$$

donde  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , son los órdenes parciales, y

$$\alpha = \sum_i \alpha_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i = \alpha_1 + \cdots + \alpha_n \quad (41)$$

es el orden total de reacción.

# Velocidad de reacción(II)

- Una reacción se dice elemental cuando los órdenes parciales coinciden con los coeficientes estequiométricos de los reactivos.
- Los órdenes parciales son números reales.
- Las unidades de la constante de velocidad son  $[k] = \text{mol}^{1-\alpha} \text{L}^{\alpha-1} \text{s}^{-1}$ , y las de la velocidad  $M \cdot \text{s}^{-1}$ .

# Velocidad de reacción(III)

- Según la teoría cinético-molecular, la temperatura es una medida de la energía cinética de las partículas (Boltzmann:  $E_c = 3k_B T/2$ ), y las reacciones ocurren mediante las colisiones de las moléculas con cierta orientación y frecuencia.
- La constante de velocidad depende de la temperatura, y de acuerdo a la teoría del complejo activado o estado de activación o de transición, toda reacción tiene unos estados intermedios donde los enlaces se reorganizan.
- Esos estados intermedios son altamente energéticos y poco estables (metaestables), resultando en la formación de productos en una determinada escala de tiempo.

Hay una relación entre la constante de velocidad, la temperatura y la energía de activación, denominada ecuación de Arrhenius:

## Ecuación de Arrhenius

$$k = Ae^{-\frac{E_a}{k_B T}} = Ae^{-\frac{E_a}{RT}} \quad (42)$$

donde  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$ , y  $R = 8,31 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ , y  $A$  es el factor colisional o de frecuencia.

# Arrhenius(II)

- Además, se puede deducir que  $\Delta H_R^0 = |E_a(\text{directa})| - |E_a(\text{inversa})|$ .
- Existen sustancias que solamente afectan a la energía de activación  $E_a$ , y no intervienen en la reacción. Son los **catalizadores**. Los catalizadores pueden ser positivos o activadores si aumentan de la velocidad de reacción, o inhibidores si disminuyen la velocidad de reacción.
- Los catalizadores de tipo biológico se llaman **enzimas**.
- En la constante cinética, también podrían influir el estado físico de los reactivos, la naturaleza de las sustancias, el sustrato donde tiene lugar el proceso.

# Periodos de semirreacción

Para ciertos tipos de cinéticas, se puede escribir de forma sencilla, para un reactivo exclusivamente, las cinéticas de orden cero, uno, dos, y de orden n:

$$v = k = k [A]^0 \quad (\text{cinética de orden cero}) \quad (43)$$

$$v = k [A] \quad (\text{cinética de orden uno}) \quad (44)$$

$$v = k = k [A]^2 \quad (\text{cinética de orden dos}) \quad (45)$$

$$v = k [A]^n \quad (\text{cinética de orden n}) \quad (46)$$

$$(47)$$

## Periodos de semirreaccion(II)

Mediante integración, se puede derivar la dependencia funcional de la concentración del reactivo en dichas reacciones en función del tiempo:

$$[A](t) = [A]_0 - kt \quad (\text{cinética de orden cero}) \quad (48)$$

$$[A](t) = [A]_0 e^{-kt} \quad (\text{cinética de orden uno}) \quad (49)$$

$$[A]^{-1}(t) = [A]_0^{-1} + kt \quad (\text{cinética de orden dos}) \quad (50)$$

$$[A]^{-n+1}(t) = \left( [A]_0^{-n+1} - (1 - n)kt \right) \quad (\text{cinética de orden } n) \quad (51)$$

$$(52)$$

## Período de semirreacción

El período de semirreacción  $T(1/2) = T_{1/2}$  es el tiempo que debe transcurrir en una reacción de cierto orden (monorreactivo) para que su concentración disminuya a la mitad. Para las cinéticas de orden 0, 1, 2, y n, ese tiempo es:

$$t_{1/2} = \frac{[A]_0}{2k} \quad (\text{cinética de orden cero}) \quad (53)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \quad (\text{cinética de orden uno}) \quad (54)$$

$$t_{1/2} = \frac{1}{[A]_0 k} \quad (\text{cinética de orden dos}) \quad (55)$$

$$t_{1/2} = \frac{2^{-n+1} - 1}{(1 - n) [A]_0^{-n+1} k} \quad (\text{cinética de orden n}) \quad (56)$$

$$(57)$$

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico**
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

# Equilibrio químico(I)

Una reacción química puede producirse en hacia los productos y los productos, en algunas situaciones, pueden recombinarse para volver a obtener los reactivos. Esto se escribe mediante la expresión formal



o bien



## Cociente de reacción $Q$

Se llama cociente de reacción  $Q$  a la cantidad

$$Q = \frac{\prod_j [P_j]^{p_j}}{\prod_i [R_i]^{r_i}} \quad (60)$$

cuando las velocidades de la reacción directa e inversa, con constantes  $k_d$ ,  $k_i$  de velocidad, se igualan, se alcanza el llamado equilibrio, y las concentraciones en ese momento son concentraciones en equilibrio.

# Ley de acción de masas

Para una temperatura (o presión) fijas, se tiene la ley siguiente:  
En el equilibrio, a una temperatura fija, se tiene que

$$K_c = \frac{k_d}{k_i} = \frac{\prod_j [P_j]^{p_j}}{\prod_i [R_i]^{r_i}} \quad (61)$$

que tiene unidades en general de  $[K_c] = M^{\Delta n}$ , siendo  $\Delta n = \sum_j p_j - \sum_i r_i$ .  
En equilibrio,  $Q = K_c$ . Si no estamos en equilibrio,  $Q$  determina la dirección predominante de reacción:  $Q > K_c$  predomina la reacción inversa,  $Q < K_c$  predomina la reacción directa.

## Ley de acción de masas(II)

Para reacciones gaseosas, se define también la constante de equilibrio para presiones parciales de productos y reactivos  $P_i, R_i$ :

$$K_p = \frac{\prod_j P_j^{p_j}}{\prod_i R_i^{r_i}} \quad (62)$$

que tiene unidades  $[k_p] = \text{atm}^{\Delta n}$ , y las presiones parciales siguen la ley de Dalton  $p_i = X_i P_T$ .

y también para fracciones molares de productos  $X_i$ , y de reactivos  $Y_i$ , se define la constante  $K_x$  (adimensional):

$$K_x = \frac{\prod_j X_j^{p_j}}{\prod_i Y_i^{r_i}} \quad (63)$$

# Relaciones entre constantes de equilibrio

Existen unas relaciones sencillas entre constantes de equilibrio:

## Relaciones útiles

$$K_p = K_c(RT)^{\Delta n} \quad (64)$$

$$K_p = K_x(RT)^{\Delta n} \quad (65)$$

En las reacciones gaseosas, solamente las especies gaseosas entran en la ley de acción de masas para  $K_c$ ,  $K_p$ .

# Grado de disociación o ionización

Otro concepto interesante en un equilibrio es el grado de disociación (o ionización).

## Grado de disociación

Se llama grado de disociación  $\alpha$ , en un equilibrio, al cociente entre el número total de moles que reaccionan o se disocian para alcanzar el equilibrio entre el número total de moles iniciales (en las gaseosas o líquidas se puede dividir entre el volumen para hallarlo como el cociente entre la concentración de moles reaccionantes y la inicial total):

$$\alpha = \frac{n_r}{n_t} = \frac{c_r}{c} \quad (66)$$

La relación entre constante de equilibrio a diferentes temperaturas se puede obtener mediante la ecuación de Arrhenius y la entalpía de reacción, mediante la ecuación:

$$\ln \left( \frac{k_2}{k_1} \right) = \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = -\frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad (67)$$

# Solubilidad y equilibrios heterogéneos

Se llama equilibrio de solubilidad de una sal  $A_xB_y$  a la reacción:



## Constante de solubilidad

Se llama constante de solubilidad o producto de solubilidad de una sal  $A_xB_y(s)$  a la cantidad

$$K_s = [A^{y+}(aq)] [B^{x-}(aq)] \quad (69)$$



## Relación de solubilidad y producto de solubilidad

$$K_s = x^x y^y s^{x+y} \rightarrow s = \sqrt[x+y]{\frac{K_s}{x^x y^y}} \quad (73)$$

Para expresar la solubilidad en  $mol/L$ , se usan el factor de conversión usual entre moles y gramos. Si la sal tiene una masa molar  $MM$ , entonces:

$$s(mol/L) = s(g/L) \cdot MM^{-1} \leftrightarrow s(g/L) = s(mol/L) \cdot MM \quad (74)$$

- Para una sal de tipo  $AB$ ,  $K_s = s^2$  y  $s = \sqrt{K_s}$ .
- Para una sal de tipo  $AB_2$ ,  $K_s = 4s^3$  y  $s = \sqrt[3]{K_s/4}$ .
- Para una sal de tipo  $AB_3$ , se tiene que  $K_s = 27s^4$ , y  $s = \sqrt[4]{K_s/27}$ .

# Factores que afectan el equilibrio

La modificación de un equilibrio puede deberse a:

- 1 Variación de concentraciones de reactivos o productos (efecto ión común en sales), variaciones de temperatura externa, variaciones de presión externa, o de volumen.
- 2 Un catalizador no afecta el equilibrio, solamente cambia las velocidades de reacción o la energía de activación.

- El principio de le Chatelier indica que, si en el equilibrio, se modifican unas variables, este se desplazará y evolucionará hacia el lado en el que se contrarreste o se oponga a la modificación.
- Así, si aumentamos las concentraciones de uno de los reactivos (o productos), el equilibrio se desplazará hacia los productos (reactivos), y similarmente si disminuimos las concentraciones de uno de los reactivos (o productos), el equilibrio se desplazará hacia los reactivos (productos).

# Le Chatelier(II)

- Si una reacción es exotérmica, el aumento (disminución) de la temperatura desplaza el equilibrio hacia el sentido endotérmico (exotérmico).
- Si una reacción es endotérmica, el aumento (disminución) de la temperatura desplazará el equilibrio hacia el sentido endotérmico (exotérmico).

# Le Chatelier(III)

- Con las presiones, pasa algo similar: el aumento de la presión total, en equilibrio, desplaza el mismo hacia el lado donde disminuya el número de moles gaseosos, y la disminución de presión total desplaza el equilibrio hacia el lado donde aumente el número de moles gaseosos.
- La modificación del volumen modificará el equilibrio también, ya que un aumento del volumen, disminuye la concentración y la presión total, y una disminución del volumen aumenta la concentración y la presión total.

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base**
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

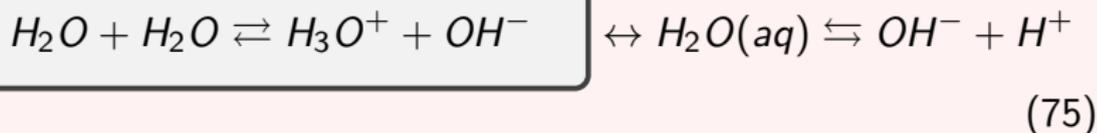
# Teorías ácido-base(I)

Existen esencialmente 4 teorías ácido-base:

- 1 La teoría de los electrolitos o de Arrhenius.
  - 2 La teoría de Brønsted-Lowry.
  - 3 La teoría de Lewis.
  - 4 La teoría de Usanovich.
- La noción de ácido (o base) está relacionada con la capacidad de ceder(aceptar) protones, o bien a la de aceptar(ceder) electrones (iones negativos).
  - La sustancia que se toma de referencia para medir la tendencia a ceder protones (electrones) es el agua.

## Equilibrio de autoprotolisis o autoionización del agua

En condiciones estándar, el agua se autoioniza mediante el equilibrio



cuya constante de equilibrio es

$$K_w = 1,0 \cdot 10^{-14} = [H_3O^+] [OH^-] \leftrightarrow K_w = [H^+] [OH^-] \quad (76)$$

# Ácidos fuertes

- Un ácido fuerte(a veces llamados muy fuertes) son ácidos que en disolución acuosa están totalmente disociados  $\alpha = 1 = 100\%$ .
- Los ácidos de esta categoría son: ácido nítrico, ácido sulfúrico, ácido clorhídrico, ácido bromhídrico, ácido yodhídrico y ácido perclórico (a veces también se incluye al ácido clórico en la lista).

- Una base fuerte(a veces llamadas muy fuertes) son bases que en disolución acuosa están totalmente disociadas  $\alpha = 1 = 100\%$ .
- Las bases de esta categoría son: hidróxido de litio, hidróxido de sodio, hidróxido de potasio, hidróxido de rubidio, hidróxido de cesio, y el hidróxido de calcio, hidróxido de bario y el hidróxido de estroncio en disoluciones  $0,01M$  o menos concentradas.

# Superbases

- In addition to the strong Arrhenius bases, there are also superbases.
- Superbases are Lewis bases that are Group 1 salts of carbanions, such as hydrides and amides.
- Lewis bases tend to be even stronger than the strong Arrhenius bases because their conjugate acids are so weak. While Arrhenius bases are used as aqueous solutions, the superbases deprotonate water, reacting with it completely.
- In water, none of the original anion of a superbase remains in solution.
- The superbases are most often used in organic chemistry as reagents.

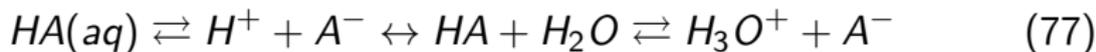
# Superbases(II)

Examples of the superbases include:

- Ethoxide ion.
- Butyl lithium (n-BuLi)
- Lithium diisopropylamide (LDA) ( $C_6H_{14}LiN$ ).
- Lithium diethylamide (LDEA).
- Sodium amide ( $NaNH_2$ ).
- Sodium hydride ( $NaH$ ).
- Lithium bis(trimethylsilyl)amide, ( $(CH_3)_3Si)_2NLi$ .

# Constantes de acidez y basicidad

Para un ácido monoprótico:

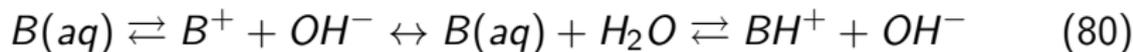
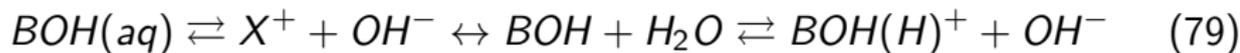


se define

$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} = \frac{[A^-][H^+]}{[HA]} \quad (78)$$

# Constantes de acidez y basicidad

Para una base monohidróxida  $BOH$ , ó  $B$  general,



o también se define

$$K_b = \frac{[OH^-][B^+]}{[B]} = \frac{[OH^-][BH^+]}{[B]} \quad (81)$$

# Relaciones entre constantes

En general, las constantes anteriores están relacionadas entre sí con la constante de autoprotólisis del agua:

$$K_a K_b = K_w \quad (82)$$

Para ácidos o bases débiles, se puede calcular  $K_a$ ,  $K_b$  mediante la ley de Ostwald.

## Ley de dilución de Ostwald

Para ácidos o bases diluidas monopróticos/monobásicas, con una constante de ionización  $\alpha$ , se definen las constantes

$$K_a = \frac{c_a \alpha^2}{1 - \alpha}, \quad K_b = \frac{c_b \alpha^2}{1 - \alpha} \quad (83)$$

donde  $c_a, c_b$  son las concentraciones iniciales de ácido o base.

## Ley de Ostwald(II)

Para ácidos o bases con grado de ionización bajos, se puede escribir  $K_a = c_a \alpha^2$ , y  $\alpha = \sqrt{K_a/c_a}$ ,  $K_b = c_b \alpha^2$  y  $\alpha = \sqrt{K_b/c_b}$ . En general el grado de ionización dependerá de  $K_a$ ,  $K_b$  y  $c$ . Resolviendo la ecuación cuadrática  $c\alpha^2 + K\alpha - K = 0$  sale que:

$$\alpha = \frac{-K + \sqrt{K^2 + 4Kc}}{2c} = -\frac{K}{2c} + \sqrt{\left(\frac{K}{2c}\right)^2 + \frac{K}{c}} \quad (84)$$

$$\alpha = \frac{2K}{K + \sqrt{K^2 + 4Kc}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4\frac{c}{K}}}$$

Para que  $1 - \alpha \simeq 1$ , se debe tener que  $K/2c \ll 1$ , i.e.,  $K \ll 2c$ .

# Escala pH y pOH(I)

Usando la noción de autoprotolisis del agua, y una escala logarítmica, podemos definir la escala de acidez y basicidad de una sustancia relativa al agua a una determinada temperatura. El cologaritmo es  $pX = \text{colog}X = -\log_{10} X = \log_{10}(1/X) = -\log X$ . Entonces: Definemos el pH y pOH como el cologaritmo de las concentraciones de protones o hidróxidos:

$$pH = -\log [H_3O^+] = -\log [H^+] \quad (85)$$

$$pH = -\log [OH^-] \quad (86)$$

Además, como  $K_w = [H_3O^+][OH^-]$ , entonces

$$pH + pOH = 14 \quad (87)$$

# Escala pH y pOH(II)

Para un ácido (base) fuerte monoprotónico (monobásico) se tiene que:

$$pH = -\log[c_a] \quad (88)$$

$$pOH = -\log[c_b] \quad (89)$$

Y si son poliprotónicos (polibásicos) fuertes, será entonces  $pH = -\log[nc_a]$ , ó  $pOH = -\log[nc_b]$ . En cambio para ácidos (bases) débiles, usando la ley de Ostwald se tendrá que (si  $\alpha = \sqrt{K/c} \ll 1$ )

$$pH = -\log[c_a\alpha] = -\log[\sqrt{K_a c_a}] = -\frac{1}{2} \log(K_a c_a) \quad (90)$$

donde  $c$  es la concentración de ácido. Para bases débiles

$$pOH = -\log[c_b\alpha] = -\log[\sqrt{K_b c_b}] = -\frac{1}{2} \log(K_b c_b) \quad (91)$$

# Escala pH y pOH(III)

El caso más general es sin embargo:

$$pH_a = -\log[c_a\alpha] = -\log\left(\frac{-K_a + \sqrt{K_a^2 + 4K_a c}}{2}\right) \quad (92)$$

$$pOH_b = -\log[c_b\alpha] = -\log\left(\frac{-K_b + \sqrt{K_b^2 + 4K_b c}}{2}\right) \quad (93)$$

Comentario: a veces se usan también los valores  $pk_a = -\log K_a$ ,  $pk_b = -\log K_b$  y  $pk_w = -\log K_w = 14$ . Una sustancia es ácida si su pH es menor que 7 (pOH mayor que 7). Una sustancia es básica si su pH es mayor que 7 (pOH menor que siete). Una sustancia es neutra si su pH es 7.

En una valoración ácido-base, se satisface la relación:

$$V_a M_a N(H^+, ced) = V_b M_b N(H^+, acep) \quad (94)$$

## Hidrólisis

Se llama hidrólisis al proceso mediante el cual uno o varios de los iones (o sales) de una sal de base/ácido débiles se recombinan con el  $H_2O$  para producir el ácido/base de partida. Los iones de los ácidos muy fuertes o bases muy fuertes NO sufren hidrólisis.

# Hidrólisis(II)

$$\text{Ec. HHa: } pH = pK_a + \log \frac{C_b}{C_a} = pK_a + \log [A^-][HA] \quad (95)$$

$$\text{Ec. HHb: } pOH = pK_b + \log \frac{C_a}{C_b} = pK_b + \log \frac{[B^+]}{[BOH]} \quad (96)$$

$$\text{Ley de dilución de Ostwald(ácidos): } K_a = \frac{x^2}{c-x} = \frac{c\alpha^2}{1-\alpha} \quad (97)$$

$$\text{Ley de dilución de Ostwald(bases): } K_b = \frac{x^2}{c-x} = \frac{c\alpha^2}{1-\alpha} \quad (98)$$

$$\text{Grado de disociación para ácidos débiles: } \alpha_w = 10^{pH-pK_a} \quad (99)$$

$$\text{Grado de disociación para bases débiles: } \alpha_w = 10^{pOH-pK_b} \quad (100)$$

# Hidrólisis(III)

Para ácido general:  $\alpha = \frac{1}{1 + 10^{pK_a - pH}} = (1 + 10^{pK_a - pH})^{-1}$  (101)

Para base general:  $\alpha = \frac{1}{1 + 10^{pK_b - pOH}} = (1 + 10^{pK_b - pOH})^{-1}$  (102)

pH de buffer:  $pH = \frac{pK_{a1} + pK_{a2}}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{C_{b1} C_{b2}}{C_{a1} C_{a2}}$  (103)

Hidrólisis AfBd:  $K_h = \frac{C_s h^2}{1 - h}$   $pH = 7 - \frac{pK_b}{2} + \frac{pC_s}{2}$  (104)

Hidrólisis Ad-Bf  $K_h = \frac{C_s h^2}{1 - h}$   $pH = 7 + \frac{pK_a}{2} - \frac{pC_s}{2}$  (105)

Hidrólisis Ad-Bd  $K_h = \left( \frac{h}{1 - h} \right)^2$   $pH = 7 + \frac{pK_a - pK_b}{2}$  ( $h \ll 1$ ) (106)

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX**
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

# REDOX: ajuste ión-electrón

Para ajustar una reacción REDOX por ión-electrón (hay otros métodos) pueden hacerse los siguientes pasos:

- Escribir números de oxidación de elementos en la reacción. Identificar la especie oxidante (reduce n.ox.) y especie reductora (aumenta n.ox.).
- Escribir semirreacciones de oxidación y reducción, ajustando átomos de especies oxidante y reductora.
- Según estemos en medio ácido o básico, ajustar el número de átomos de oxígeno con  $H^+$  o bien  $OH^-$ .
- Equilibrar el  $H^+$  si hiciera falta.
- Ajustar carga agregando electrones.
- Eliminar los electrones operando en las semirreacciones obteniendo la reacción iónica global.
- Completar la reacción REDOX global.

## Ley de electrólisis de Faraday

La masa depositada por electrólisis, en un proceso REDOX, es proporcional a la corriente empleada:

$$n = \frac{\Delta Q}{F \cdot N(e^-)} \leftrightarrow m(g) = \frac{MM \cdot I \cdot \Delta t}{F \cdot N(e^-)} \quad (107)$$

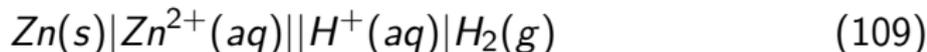
donde  $F = N_A e \approx 96485 C \cdot mol^{-1}$  es la constante de Faraday, y  $\Delta Q = I \Delta t$ .

## REDOX(II): pilas

Para una pila electrolítica (Daniels, galvánica), se tiene que el potencial de pila está relacionada con los potenciales estándar de electrodo de cátodo (reacción de reducción), y del ánodo (reacción de oxidación) mediante la expresión:

$$E_{pila} = E^0(\text{cátodo}) - E^0(\text{ánodo}) = E^0(\text{red}) - E^0(\text{ox}) \quad (108)$$

Una pila también tiene un diagrama de pila abstracto tipo



Ecuación de Nernst:

$$\Delta E_K = \Delta E^0 - \frac{RT}{zF} \ln Q = E^0 - \frac{0,0592}{n} \ln Q \quad (110)$$

donde la última igualdad supone c.e.

# Contenido

- 1 What is Physmatics? ¿Qué es la Fismática?
- 2 Teaching with Physmatics/Enseñando con Fismática
- 3 Tema 0: repaso
- 4 Tema 1: físico-química atómica
- 5 Tema 2. Enlace químico y configuraciones electrónicas
- 6 Tema 3: Termoquímica (1º y 2º Bachillerato)
- 7 Tema 4: Cinética química
- 8 Tema 5: Equilibrio químico
- 9 Tema 6: Ácido-base
- 10 Tema 7: REDOX
- 11 Tema 8: Reacciones orgánicas. Isomería.

# Compuestos y reacciones orgánicas(I)

Reglas de preferencia para seleccionar grupo fundamental en compuestos orgánico: ácidos carboxílicos, ésteres, amidas, nitrilos, aldehídos, cetonas, alcoholes, fenoles, aminas, éteres, nitros, haluros, otros.

# Compuestos y reacciones orgánicas(II)

Principales reacciones orgánicas de este tema:

- Aldehídos en condiciones reductores producen alcoholes primarios. Cetonas en condiciones reductoras producen alcoholes secundarios.
- La hidratación de alqueno, en medio ácido, produce alcanos (regla Markovnikov).
- La hidrogenación de aldehído produce alcohol.
- La reducción de una cetona produce un alcohol secundario.
- Esterificación: ácido carboxílico+hidróxido produce éster y agua.
- Condensación general: adición y eliminación. La eliminación sigue regla de Zaitsev.
- Combustión de un hidrocarburo o hidrocarburo generalizado: produce dióxido de carbono, agua (y otros óxidos en la combustión generalizada).
- Polimerización:  $n(X) \rightarrow X_n$ . Ejemplos: eteno en polietileno,  $CF_2$  en teflón.

- Hay diferentes tipos de polímeros interesantes (según la naturaleza de los monómeros y otras propiedades).
- Una primera clasificación de polímeros distingue entre homopolímeros y heteropolímeros.
- También hay biopolímeros en las sustancias vivas (glúcidos, proteínas, lípidos, ARN, ADN, caucho,...).

Los polímeros sintéticos son de diferentes tipos:

- De adición: polietileno, polímeros vinílicos o vinilos (PVC, PP, PS,...), teflón, elastómeros.
- De condensación: poliamidas (nylon, kevlar), poliuretanos, poliésteres(PET), resinas fenólicas(baquelita),...
- Otros polímeros: policarbonatos, resinas, composites, metacrilatos, nanotubos y fullerenos.

# Isomería(I)

En Química orgánica, un isómero es un compuesto con igual fórmula molecular pero diferente estructura. Hay varios tipos de isomería:

- Estructural. Puede ser a su vez de cadena y de posición.
- Isomería espacial (cis/trans). Se da en compuestos con dobles enlaces.
- Isomería óptica(enantiomería). Se da en compuestos con átomos quirales de carbono (u otro elemento) asimétricos, unidos a 4 (o totalmente distintos) elementos o cadenas. Un isómero óptico puede ser L(levógiro) o R(dextrógiro).

## 12 Ecuaciones algebraicas de grado 1, 2, 3 y 4

# Ecuaciones de primera grado

Una ecuación de primer grado  $ax + b = c$ , con  $a, b, c$  números reales o complejos (o más generalmente en un cuerpo  $K$ ), se soluciona mediante la expresión ( $a \neq 0$  sobreentendido):

$$x = \frac{c - b}{a} \quad (111)$$

# Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado arbitraria tiene por expresión  $P(x) = 0$ , con  $P(x)$  un polinomio de segundo grado:

$$P(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

Las ecuaciones cuadráticas se resuelven mediante la expresión siguiente, en el cuerpo de los reales o complejos:

$$x_{\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Se llama discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Dependiendo de su valor, habrá 2 soluciones reales, 2 soluciones reales iguales o 2 soluciones complejas en general, en el caso de coeficientes reales. Si los coeficientes son complejos, la raíz cuadrada ha de hacerse con cuidado también de las determinaciones principales de la raíz de un número complejo, aunque la fórmula anterior es válida “en general”.

# Ecuaciones de segundo grado(II)

Algunos casos más sencillos de resolver son las ecuaciones cuadráticas incompletas, que no requieren fórmula:

- Caso  $b = 0$ . Entonces,  $ax^2 + c = 0$  tiene dos raíces que se sacan por despeje directo:

$$x_+ = +\sqrt{-c/a}, \quad x_- = -\sqrt{-c/a}$$

- Caso  $c = 0$ . Entonces  $ax^2 + bx = 0$  tiene dos raíces que se sacan por factorización:

$$x(ax + b) = 0 \rightarrow x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{b}{a}$$

- Caso  $b = c = 0$ . Entonces  $ax^2 = 0$  tiene por solución doble  $x_1 = x_2 = 0$ .

## Ecuaciones de segundo grado(III)

La ecuación cuadrática tiene soluciones según el valor del discriminante:

- Caso  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ . Hay dos soluciones reales:

$$x_+ = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_- = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Caso  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ . Hay dos soluciones reales iguales:

$$x_+ = x_- = X = -\frac{b}{2a}$$

- Caso  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ . Hay dos soluciones complejas y conjugadas:

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z_2 = z_1^* = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

## Ecuaciones de segundo grado(IV)

Algunos autores reescriben la ecuación cuadrática completa

$ax^2 + bx + c = 0$ , cuando  $a \neq 0$  como

$$x^2 + px + q = 0$$

donde  $p = b/a$  y  $q = c/a$ . En este caso, la fórmula de la cuadrática es

$$x_{\pm} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

y el discriminante se reescribe como  $\Delta = \frac{p^2}{4} - q$ , pero no cambia la discusión previa.

# Ecuación de tercer grado

La ecuación de tercer grado se escribe de cualquiera de las dos formas equivalentes siguientes:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$x^3 + Ax^2 + BX + C = 0$$

donde en el segundo caso hemos supuesto que  $a \neq 0$ . Cardano's method provides a technique for solving the general cubic equation

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

in terms of radicals. As with the quadratic equation, it involves a “discriminant” whose sign determines the number (1, 2, or 3) of real solutions. However, its implementation requires substantially more technique than does the quadratic formula. For example, in the “irreducible case” of three real solutions, it calls for the evaluation of the cube roots of complex numbers.

# Cardano's formula

The cubic polynomial equation

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

has solutions

$$\begin{aligned}x_1 &= S + T - \frac{b}{3a} \\x_2 &= -\frac{S + T}{2} - \frac{b}{3a} + i\frac{\sqrt{3}}{2}(S - T) \\x_3 &= -\frac{S + T}{2} - \frac{b}{3a} - i\frac{\sqrt{3}}{2}(S - T)\end{aligned}$$

where

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{R^2 + Q^3}}, \quad T = \sqrt[3]{R - \sqrt{R^2 + Q^3}}$$

with

$$Q = \frac{3ac - b^2}{9a^2}, \quad R = \frac{9abc - 27a^2d - 2b^3}{54a^3}$$

# Ecuación de cuarto grado

Una ecuación de cuarto grado tiene una solución complicada en radicales o raíces, obtenida por primera vez por Ludovico Ferrari. La ecuación general de cuarto grado, puede escribirse de cualquiera de las dos formas equivalentes siguientes:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

$$x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

donde en el segundo caso hemos supuesto que  $a \neq 0$ . Antes de resolver el caso general, dos casos sencillos reducibles a una ecuación cuadrática son conocidos: la ecuación bicuadrática y la ecuación cuasi-palindrómica (ésta, a su vez, tiene dos subcasos, el caso simétrico y el casi-simétrico).

## Ecuación de cuarto grado(II): bicuadrática

Supongamos que, en la ecuación de cuarto grado, cuártica, tenemos  $b = d = 0$ , y que  $a = A, c = B, e = C$ . Entonces, la ecuación resultante adquiere la forma

$$Ax^4 + Bx^2 + C = 0$$

Definiendo la variable auxiliar  $z = x^2$ , transformamos la ecuación anterior en

$$Az^2 + Bz + C = 0$$

En general tendrá dos soluciones (reales o complejas),  $z_{\pm}$ . Las soluciones a la ecuación cuártica de tipo bicuadrático serán pues las 4 raíces, generalmente complejas:

$$x_1 = \pm\sqrt{z_1}, \quad x_2 = \pm\sqrt{z_2}$$

# Ecuación de grado cuarto(III)

La ecuación cuártica cuasi-palindrómica es la ecuación

$$a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_1mx + a_0m^2 = 0$$

y satisface la simetría  $P(mx) = \frac{x^4}{m^2}P\left(\frac{m}{x}\right)$ . Se dice que la ecuación cuasi-palindrómica es simétrica o palindrómica si  $m = 1$ , y casi-simétrica si  $m = -1$ .

## Ecuación de cuarto grado(IV)

Para ambos valores de  $m$ , o general  $m$ , la ecuación cuasi-palindrómica puede resolverse de la siguiente forma:

- Calcula  $Q(x) = \frac{P(x)}{x^2}$ . Realiza el cambio de variable  $z = x + \frac{m}{x}$ .
- Reescribe la ecuación como

$$Q(z) = a_0z^2 + a_1z + a_2 - 2ma_0 = 0$$

- Resuelve la ecuación  $Q(z) = 0$ , obteniendo dos raíces  $z_1, z_2$ . Esto da dos soluciones:

$$z = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0(a_2 - 2ma_0)}}{2a_0} = -\frac{a_1}{2a_0} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4a_0^2} - \frac{(a_2 - 2ma_0)}{a_0}}$$

- Para cada  $z$ ,  $z_1, z_2$ , usar el cambio del segundo punto, equivalente a resolver la ecuación cuadrática  $x^2 - zx + m = 0$ . Entonces, las soluciones serán, para cada valor de  $z$  hallado de  $Q(z) = 0$ ,:

$$x = \frac{z \pm \sqrt{z^2 - 4m}}{2}$$

# Doctor Strange in the Multiverse of Madness!



Licencia copy-left. La única condición es que se indique su origen para poder usarse. Documento escrito por

Doctor Who?

ϺΔΞΘΣΠΧΙΟ

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\heartsuit\heartsuit\rangle + |\blackheartsuit\blackheartsuit\rangle) \quad \oint_{\partial\Sigma} \Theta = \int_{\Sigma} d\Theta$$

# Doctor Who?

