

DINÁMICA: SÍNTESIS DEL TEMA

Juan Francisco González Hernández

Resumen

Se resumen los contenidos y conceptos del tema estudiados en clase.

Índice

1. Introducción	2
2. Leyes fundamentales de la Dinámica	5
3. Conceptos dinámicos adicionales	7
4. Fuerzas y planteamientos típicos en los problemas de Dinámica	7
4.1. Fuerzas típicas	7
4.2. Teorema de conservación del momento lineal	10
4.3. Planteamientos típicos en Dinámica	10
A. FORMULARIO BÁSICO DE DINÁMICA	12
A.1. Definiciones de variables dinámicas	12
A.2. Leyes de Newton	13
A.3. Teorema de conservación del momento lineal	13

1. Introducción

La **Dinámica** es la parte de la Física que se encarga de *estudiar y describir* el movimiento atendiendo a las causas que lo producen u originan.

En todo este tema, como el resto del curso, se trabajará en el Sistema Internacional de unidades y se usará preferentemente la notación científica en los resultados, a no ser que se especifique lo contrario.

Fuerza, en Física, *es* todo agente que es capaz de modificar el estado de movimiento, en particular MRU (pero también diferentes movimientos), o de reposo de un cuerpo¹.

El origen del concepto de fuerza es históricamente complicado. El mismo Newton se encontró con dificultades para establecer su justificación². En la actualidad, se entiende el concepto de fuerza desde dos puntos de vista completamente diferentes, aunque íntimamente relacionados³.

Interacción, en Física, *es* toda perturbación o modificación del estado de movimiento de dos cuerpos producido por una determinada

¹Aristóteles pensaba que la fuerza que generaba el movimiento, fuerza motriz, era directamente proporcional a la velocidad y a la fuerza resistente del medio. Matemáticamente, $F_m = cVF_r$. Así, en el vacío, la fuerza resistente es cero y la velocidad infinitamente grande. Tal idea fue rechazada por Galileo, con sus experimentos. Un siglo después de Galileo, Newton, usando el cálculo infinitesimal que había inventado, formalizó las leyes correctas para las fuerzas. La fuerza resultó proporcional no a la velocidad sino a las aceleraciones.

²Aunque Newton, en sus *Principia Mathematica* llegó a señalar “Hypotheses non fingo”, traducido al castellano “Yo no hago hipótesis”, él era completamente consciente de que su teoría de Gravitación Universal adolecía de la falta de una justificación última que tardaría en llegar hasta que Einstein terminó su Teoría de la Relatividad General, que es en realidad una Teoría Relativista de la Gravitación.

³Esto dos puntos de vista son el corpuscular o *cuántico*, y el *geométrico*. Actualmente, los físicos poseen teorías cuánticas de 3 de las 4 fuerzas que hoy se piensan son fundamentales, mientras que la gravitación se describe por una teoría esencialmente geométrica en sus principios, la Relatividad General. Las teorías corpusculares justifican las fuerzas como intercambio de partículas, mientras que las geométricas afirman que toda fuerza es realmente algo “ficticio” y lo que realmente ocurre es que cambia la geometría del espacio-tiempo donde nos encontremos.

propiedad *característica* de las partículas que los integran (*exempli gratia*, la masa, la carga eléctrica, la carga de “color”, . . .), y que crea en el espacio y en el tiempo un determinado *campo de fuerzas*, que podemos imaginar intuitivamente, en el sentido pictórico de Michael Faraday, como un conjunto de líneas abstractas que afectan a los cuerpos según sus características. Para que exista interacción, en principio, son necesarias al menos dos partículas. Dos partículas interactúan, cuando considerándolas un sistema aislado se ejercen fuerzas entre sí.

¿Qué tipo de fuerzas o interacciones hay desde un punto de vista físico? En este nivel y curso, vamos a estudiar algunos tipos fundamentales de fuerzas desde un punto de vista elemental y fuerzas derivadas de ellas que aparecen a nivel macroscópico⁴:

1. **Fuerzas fundamentales.** Hoy día se considera que hay cuatro tipos de interacciones fundamentales⁵. Son las siguientes:

- **Fuerza gravitatoria.** Responsable de la existencia del movimiento de los objetos terrestres, y más generalmente de los movimientos de los objetos celestes (cometas, estrellas, sistemas solares, galaxias, cúmulos de galaxías, . . .). La gravitación newtoniana, o Gravitación Universal, explica a nivel efectivo esta fuerza y la mayor parte de la fenomenología asociada⁶. Sin embargo, algunos fenómenos y consideraciones teóricas llevaron a la formulación relativista de la gravitación, casi en su totalidad concebida por A. Einstein, en el año 1915.
- **Fuerza electromagnética.** Es la responsable por una parte de la descripción de los fenómenos eléctricos, explicados

⁴Existen a nivel avanzado fuerzas de muy diferente especie o tipo.

⁵Se especula con la existencia de una fuerza de repulsión cósmica, que **no** pone de acuerdo del todo a los teóricos, y de otras fuerzas a nivel microscópico fundamental que deberían observarse en los aceleradores de partículas como el RHIC o el LHC. Los resultados por el momento son negativos, no hay más fuerzas elementales observadas hasta la fecha.

⁶De hecho, el gran logro de la teoría de la Gravitación Universal fue describir, en el mismo nivel de igualdad, el movimiento de objetos celestes y terrestres que, hasta ese momento, se pensaba seguían leyes *distintas*.

por la Ley de Coulomb, y por otra parte de los fenómenos magnéticos, que se explican con la ley de Biot-Savart y Ampère, ambas desde una perspectiva unificada. Faraday y Maxwell fueron los artífices de su explicación fenomenológica y teórica, respectivamente, mediante la realización de experimentos detallados (Faraday) y la descripción teórica (Maxwell) mediante un conjunto relativamente sencillo de ecuaciones. La fuerza electromagnética es la responsable, además, entre otras cosas, de las fuerzas de contacto y de reacción entre superficies, de los relámpagos, del funcionamiento de los motores eléctricos, los sistemas de iluminación actuales, la Electrónica moderna, y un largo etcétera⁷.

- **Fuerza nuclear débil.** Es la responsable de la inestabilidad del neutrón, y, por tanto, de las desintegraciones radiactivas de tipo *beta*. Sólo tiene lugar a escala microscópica, por lo que es lo que se llama una fuerza corto alcance (no observamos, generalmente, desintegraciones beta de forma habitual).
- **Fuerza nuclear fuerte.** Es la responsable de que los protones y los neutrones se mantengan juntos en los núcleos de los átomos, y, por lo tanto, es importante para comprender la estabilidad de la materia que observamos (si no existiera esta fuerza, los núcleos no se podrían formar y, entonces, la materia no podría existir). Su descripción es muy complicada en la actualidad, dadas sus particulares características. Al igual que la fuerza nuclear débil, sólo se manifiesta a escala nuclear y es, entonces, una fuerza de corto alcance, a diferencia de la gravedad o el electromagnetismo que actúan, en principio, a cualquier escala de distancias (son de largo alcance).

2. Fuerzas derivadas. Son fuerzas que como su nombre indica,

⁷¿Qué sería el mundo hoy sin teléfonos móviles, televisión, los ordenadores, internet, y resto de aplicaciones que usamos con origen eléctrico o magnético si no hubiéramos estudiado el electromagnetismo en el siglo XIX?

pueden *derivarse* de las interacciones o fuerzas fundamentales. Hay muchos tipos de ellas, pero podemos citar, entre otras, al *peso* (consecuencia de la fuerza gravitatoria), las *fuerzas de contacto o fricción* (como la tensión, la normal, las fuerzas de rozamiento, fuerzas de presión,...), las *fuerzas de cohesión-dispersión* molecular, las *fuerzas de los fluidos* en regimen laminar y turbulento, ...

2. Leyes fundamentales de la Dinámica

Isaac Newton enunció en los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, publicados por primera vez el 5 de Julio de 1687, las leyes que hoy denominamos Leyes de Newton fundamentales de la Dinámica, y que en su forma moderna pueden enunciarse como sigue:

- **Primera Ley de Newton: Principio de inercia.**

“Todo cuerpo sobre el que no actúa ninguna fuerza o sobre el que la resultante de las fuerzas externas aplicado sobre él es nula, se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)”.

- **Segunda Ley de Newton: Principio fundamental de la Dinámica.**

“La resultante de todas las fuerzas externas aplicadas sobre un cuerpo es directamente proporcional a la aceleración que le producen.”
La constante de proporcionalidad se llama *masa inercial* del sistema o partícula que estamos estudiando.

Matemáticamente esta ley se expresa como sigue:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{\text{total}} = m\vec{a}$$

■ **Tercera Ley de Newton: Principio de acción y reacción.**

“Cuando dos cuerpos, A y B, aislados, interactúan mutuamente, *a toda acción* o fuerza de A sobre B **le corresponde una reacción** o fuerza de B sobre A, igual y de sentido opuesto.”

Matemáticamente esta ley se expresa como sigue:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

Ahora algunos comentarios de carácter general sobre las leyes de Newton:

1. Es siempre, al menos teóricamente, posible encontrar una clase especial de sistemas de referencia, llamados *sistemas de referencia inerciales*, en los cuales se cumple la primera Ley de Newton, y, por lo tanto, desde los cuales el cuerpo estaría o bien en reposo o bien moviéndose con velocidad constante, o lo que es lo mismo, siempre podemos seleccionar algún sistema de referencia en el cual la fuerza neta sobre el sistema o partícula es nula, y ésta se considerará en reposo o en MRU⁸.
2. Se llama *inercia* a la propiedad que tienen los cuerpos o partículas de ofrecer una resistencia a la aplicación de una fuerza. Una medida de la inercia de un cuerpo es precisamente la **masa inercial** (m) que aparece en la segunda ley de Newton y que se mide en kilogramos (kg) en el sistema internacional de unidades.
3. La unidad en que se mide la fuerza es el newton y se simboliza con la letra N. De la segunda ley de Newton se puede observar que:

$$1N = 1 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s^2}$$

⁸La realidad física es algo más complicada, porque ¿qué sistema de referencia es un buen sistema de referencia inercial? Una discusión de la importancia de esta cuestión la realizó el físico y filósofo de la Ciencia Ernst Mach en el siglo XIX. Para todos los propósitos prácticos, un buen sistema de referencia inercial lo constituyen las estrellas fijas lejanas de nosotros, aunque, por supuesto, no son un sistema de referencia inercial perfecto.

3. Conceptos dinámicos adicionales

- **Momento lineal (o cantidad de movimiento, ímpetu).**

“El momento lineal de un cuerpo, \vec{p} , de un cuerpo de masa m que se desplaza con una velocidad \vec{v} es igual a $\vec{p} = m\vec{v}$ ”.

La unidad del momento lineal es el $kg \cdot \frac{m}{s}$. Se usa este concepto para reescribir la segunda ley de Newton en la forma siguiente:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$$

es decir

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

porque $\Delta\vec{p} = \Delta(m\vec{v})$

- **Impulso.**

“El impulso \vec{I} proporcionado por una fuerza \vec{F} a un cuerpo en un tiempo Δt se define como el producto:
 $\vec{I} = \vec{F}\Delta t = m\vec{a}\Delta t = \Delta\vec{p}$ ”

Las unidades del impulso son las mismas que las del momento lineal, que también puede escribirse como $N \cdot s$.

4. Fuerzas y planteamientos típicos en los problemas de Dinámica

4.1. Fuerzas típicas

Las fuerzas que aparecen en los problemas habituales de Dinámica son las siguientes:

1. **Peso.** Es la fuerza con la que la Tierra o un “planeta” atrae a los cuerpos. Es una fuerza que deriva de la ley de Gravitación Universal de Newton:

$$F = -G \frac{Mm}{d^2}$$

Si definimos el campo gravitatorio terrestre, o equivalentemente, la aceleración de la gravedad⁹ como

$$g_{tierra} = G \frac{M_T}{R_{tierra}^2}$$

se tiene que el peso es la fuerza definida por la ecuación

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

donde el módulo de \vec{g} , la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, vale aproximadamente $g = 9,8ms^{-2}$. En principio, las masa que aparece en la ley de Newton de Gravitación Universal, llamada *masa gravitatoria*, y la ley fundamental de la segunda ley de Newton, *la masa inercial* son conceptualmente distintas. El hecho de que sean iguales es un resultado profundo tanto teórico¹⁰ como experimental¹¹.

2. **Fuerza normal.** Es la fuerza de reacción de toda superficie a la aplicación de una fuerza sobre ella. Se denota o simboliza por \vec{N} .
3. **Fuerza de rozamiento.** Es la fuerza que ejercen dos cuerpos en contacto y que deslizan o no entre sí. Se llama fuerza de *rozamiento estático* a la fuerza que ejerce una superficie sobre otro

⁹ $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg y, $R_T = 6370km = 6,37 \cdot 10^6$ m.

¹⁰La igualdad de las masas inerciales y gravitatorias se denomina generalmente Principio de Equivalencia y es esencial en la Relatividad General. Teorías especulativas aún no comprobadas señalan que puede haber violaciones de este principio general, especialmente en teorías plausibles de la gravedad cuántica, aún por descubrir, y algunos datos procedentes de la Cosmología y Astrofísica sugieren que puede haber limitaciones a la aplicabilidad de esta equivalencia entre masas.

¹¹La igualdad de las masas inerciales y gravitatorias está comprobada con una precisión de una parte en un billón, es decir, son iguales hasta el decimosegundo decimal, en lo que constituye una de las medidas experimentales más precisas de la Historia de la Ciencia.

que está en reposo. La fuerza de rozamiento estática máxima, que es la fuerza necesaria para que un cuerpo sobre una superficie empiece a moverse es igual a:

$$\vec{\mathbf{F}}_{r,est} = \mu_{est}\vec{\mathbf{N}}$$

Además, cuando empieza a moverse el cuerpo, el rozamiento disminuye, y se define la fuerza de *rozamiento dinámica o cinética* como la fuerza ejercida por rozamiento de una superficie sobre un objeto móvil, y que matemáticamente es igual a:

$$\vec{\mathbf{F}}_{r,cin} = \mu_{cin}\vec{\mathbf{N}}$$

Experimentalmente, además, se cumple que $0 < \mu_{din} < \mu_{est}$.

4. **Fuerza elástica.** Es la que se produce interiormente en los muelles y, más generalmente, en cualquier sólido deformable, y que provoca que ante una fuerza aplicada externa, este sólido recupere su posición inicial o de equilibrio dinámico. También se la llama fuerza recuperadora y su expresión matemática viene dada por la ley de Hooke:

$$\vec{\mathbf{F}} = -k\Delta\vec{\mathbf{x}}$$

o bien, tomando el módulo, simplemente,

$$F = k\Delta x$$

5. **Fuerza centrípeta o normal.** Es simplemente la fuerza existente en una partícula que gira con una determinada aceleración centrípeta. Matemáticamente:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R}$$

6. **Tensión.** Es la fuerza de reacción que se genera en cada punto de una cuerda elástica, como consecuencia de la fuerza ejercida externa por unidad de longitud sobre la misma. Se la representa por $\vec{\mathbf{T}}$.

4.2. Teorema de conservación del momento lineal

Un sistema formado por varios cuerpos o partículas, tendrá un momento lineal total igual a la suma de los momentos lineales de cada partícula:

$$\vec{\mathbf{p}}_{total} = \sum_{i=1}^N \vec{\mathbf{p}}_i = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 + \dots + \vec{\mathbf{p}}_N$$

Sobre un cuerpo, hay dos tipos de fuerzas: las exteriores y las interiores. En un sistema aislado, en equilibrio, las fuerzas interiores cumplen la tercera ley de Newton y se anulan, mientras que la suma total de fuerzas exteriores, al estar aislado, es cero. Por lo tanto, aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{total} = 0 = \frac{\Delta \vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}$$

de donde obtenemos que

$$\Delta \vec{\mathbf{p}} = 0 \longrightarrow \vec{\mathbf{p}}_{total} = cte.$$

Que el momento lineal sea constante no significa que no pueda cambiar, sino que el momento lineal se distribuye de forma que la suma de todo el momento se mantiene constante. Esto lo veremos más adelante (tema siguiente) en los problemas relacionados con los choques o colisiones.

4.3. Planteamientos típicos en Dinámica

En Dinámica, es importante también, o incluso más, que en Cinemática, el uso de sistemas de referencia y ejes de coordenadas. Además, cuando hay varias fuerzas, hay que componerlas si queremos saber la fuerza resultante total, o bien, más generalmente, descomponerla en componentes para tratar más fácilmente el problema:

$$\vec{\mathbf{F}} = F_x \vec{\mathbf{i}} + F_y \vec{\mathbf{j}}$$

Un caso particular importante, según el problema, es la descomposición del peso o la fuerza normal (de rozamiento) en sus diferentes componentes.

El proceso general de resolución de un problema de Dinámica es el siguiente:

1. Dibujar un sistema de referencia en cada cuerpo del problema, situando su origen de forma cómoda en su centro. Generalmente, se suele preferir colocar los ejes de coordenadas de forma que el eje X siga la dirección del movimiento. Es lo que se llama sistema “solidario” de referencia del cuerpo.
2. Dibujar sobre cada sistema de referencia todas las fuerzas existentes en el sistema.
3. Descomponer, en caso de que sea necesario, las fuerzas en los ejes de coordenadas anteriores y, mediante el uso de trigonometría, calcular las componentes de dichas fuerzas.
4. Aplicar las leyes de Newton a cada cuerpo y eje por separado, obteniendo las ecuaciones dinámicas del movimiento.
5. Resolver las ecuaciones del movimiento calculando las fuerzas y aceleraciones cuando así se nos pida, tanto en un problema de Estática (equilibrio de fuerzas), como en un problema de Dinámica (existencia de aceleraciones).
6. Opcional: interpretar las soluciones del problema.

Problemas típicos de Dinámica que vamos a resolver son: planos inclinados, problemas con cuerdas y tensiones, poleas, problemas de peralte, problemas con fuerzas elásticas (muelles o resortes), problemas con y sin fuerzas de rozamiento, problemas con fuerza centrípeta, . . .

A. FORMULARIO BÁSICO DE DINÁMICA

A.1. Definiciones de variables dinámicas

Momento lineal ☺

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Impulso ☺

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t = m\vec{a}\Delta t = \Delta\vec{p}$$

Componentes de una fuerza ☺

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$$

Fuerza centrípeta ☺

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R}$$

Fuerza de rozamiento estática ☺

$$\vec{F}_{r,est} = \mu_{est}\vec{N}$$

Fuerza de rozamiento dinámica o cinética ☺

$$\vec{F}_{r,cin} = \mu_{cin}\vec{N}$$

Peso ☺

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Fuerza elástica: Ley de Hooke ☺

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

A.2. Leyes de Newton

Primera ley de Newton ☺

$$\vec{v} = \begin{cases} cte \leftrightarrow MRU \\ 0 \leftrightarrow reposo \end{cases} \Leftrightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$$

Segunda ley de Newton ☺

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{\text{total}} = m\vec{a} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Tercera ley de Newton ☺

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

A.3. Teorema de conservación del momento lineal

$$\sum \vec{F}^{ext} = \vec{0} \iff \vec{p}_{total} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \text{constante}$$